



## **Apuntes de clase de Estructuras de Concreto Reforzado I**

### **III. Bibliografía**

- ✓ Diseño de Estructuras de Concreto. Arthur H. Nilson. Mc Graw Hill. Duodécima Edición.1999.
- ✓ Aspectos Fundamentales del concreto reforzado. González Cuevas. Cuarta Edición.2007
- ✓ [moisessuarez.wordpress.com](http://moisessuarez.wordpress.com)

### **UNIDAD I: Característica del concreto del acero de refuerzo**

**Objetivo de la Unidad:** Analizar las principales características del concreto y el acero como materiales estructurales y el comportamiento de los mismos ante cargas de servicio, trabajando de forma separada o combinados.

#### **Introducción**

El estudio de las Estructuras de Concreto Reforzado I requiere en primera instancia analizar los materiales que conforman el concreto reforzado y sus correspondientes características y comportamiento bajo la acción de cargas de servicio.

En esta unidad se presenta una descripción resumida pero completa de los materiales que intervienen en las estructuras mencionadas.

#### **1. Componentes del concreto**

##### **1.1 Cemento:**

Un material cementante es aquel que tiene las propiedades de adhesión y cohesión necesarias para unir agregados inertes y conformar una masa sólida de resistencia y durabilidad adecuadas. Para la fabricación del



concreto estructural se usan específicamente los cementos hidráulicos. Para completar el proceso químico (hidratación) mediante el cual el polvo de cemento fragua y endurece para convertirse en una masa sólida se necesita de la adición de agua.

### **a. Tipos**

A lo largo del tiempo se han desarrollado cinco tipos de cemento Portland.

**Tipo I:** Es el más usado en la construcción cotidiana. Los concretos hechos con este cemento requieren de veinte y ocho días para alcanzar su resistencia máxima y continúan ganando resistencia en una tasa descendente.

**Tipo III:** Cuando se requiere acelerar la construcción se han desarrollado cementos de alta resistencia inicial, éstos son más costosos que el Portland ordinario y requieren entre siete y catorce días para alcanzar su resistencia máxima.

### **b. Composición**

El cemento Portland es el más comúnmente usado y consiste en un material grisáceo finamente pulverizado, conformado principalmente por silicatos de calcio y aluminio. Las materias primas usuales a partir de las cuales se fabrica son calizas que proporcionan el CaO y arcillas y esquitos que proveen el SiO<sub>2</sub> y el Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Estos materiales se muelen, se mezclan y se funden en hornos hasta obtener el llamado clinker, éste se enfría y se muele de nuevo para obtener la finura requerida. El cemento se fabrica siguiendo las normas ASTM-150.

### **c. Relación agua-cemento**

Para completar la hidratación de una cantidad dada de cemento se requiere químicamente una cantidad de agua con peso igual a



aproximadamente el 25 por ciento del cemento, es decir, una relación agua cemento de 0.25. No obstante durante el proceso de hidratación se debe disponer de una cantidad adicional de agua para proporcionarle movilidad al agua misma dentro de la pasta de cemento, de manera que ésta pueda alcanzar las partículas de cemento y proporcione la manejabilidad necesaria en la mezcla de concreto. Para concretos normales la relación agua-cemento varía por lo general en el intervalo de 0.40 a 0.60, para los concretos de alta resistencia se han utilizado relaciones tan bajas como 0.25.

La resistencia del concreto está en dependencia de la relación agua-cemento (a/c). A mayor a/c implica menor resistencia del concreto.

## **1.2 Agregado y su Clasificación**

Para concretos estructurales comunes, los agregados ocupan aproximadamente entre el 70 y el 75 por ciento del volumen de la masa endurecida. El resto está conformado por la pasta de cemento endurecida, agua no combinada (es decir, agua no utilizada en la hidratación del cemento) y vacíos de aire. Obviamente el agua y los espacios vacíos no contribuyen con la resistencia del concreto. Por esta razón resulta de fundamental importancia la gradación del tamaño de las partículas en los agregados.

Los agregados naturales se clasifican generalmente en finos y gruesos.

Agregado fino o arena: Es cualquier material que pasa el tamiz N°4, es decir, un tamiz con cuatro aberturas por pulgada lineal. En Nicaragua la más utilizada en el diseño y construcción es la Arena Motastepe, se caracteriza por su color grisáceo. En la zona norte del país como se usa a nivel general la arena de Ocotol, la cual se caracteriza por tener un color amarillento.



*Agregado grueso:* El material más grueso es la Grava, el tamaño máximo de agregado grueso para concreto reforzado está controlado por la facilidad con que éste debe entrar en las formaletas y en los espacios entre las barras de refuerzo. Con este fin el agregado no debe ser mayor que un quinto de la dimensión más pequeña de las formaletas o un tercio del espesor de la losa, ni tres cuartos de la distancia mínima entre barras de refuerzo. En Nicaragua la grava es comúnmente conocida como piedrín en sus diversos tamaños (1/2", 3/4", 1/4", etc). Se obtiene del basalto (roca de origen volcánico).

### ***1.3 Fraguado del cemento***

Se dice que el cemento ha fraguado cuando ha ganado suficiente rigidez para resistir una presión arbitrariamente definida, punto a partir del cual continúa endureciendo durante un largo tiempo, o sea que sigue ganando resistencia.

#### *a. Tiempo de endurecimiento*

*El agua en la pasta disuelve el material en la superficie de los granos de cemento y forma un gel que aumenta gradualmente en volumen y rigidez, lo que lleva a una rigidización rápida de la pasta entre dos y cuatro horas después de agregada el agua al cemento.* La hidratación continúa avanzando dentro de los granos de cemento a velocidad decreciente con rigidización y endurecimiento continuo de la masa. En concretos comunes, el cemento probablemente nunca termina el proceso de hidratación. La estructura de gel de la pasta endurecida parece ser la razón principal para los cambios de volumen que se producen en el concreto ante variaciones de la humedad, como *la retracción* que ocurre en los concretos cuando se secan.



## 1.4 Concreto

Es una mezcla de cemento, agregado o árido y agua. Para fines de proporción se escribe (C: A: G). El peso volumétrico del concreto oscila en el rango de 1.9 a 2.5 Ton/m<sup>3</sup>. El concreto normal tiene un peso volumétrico de 2400 kg/m<sup>3</sup>.

El concreto se clasifica en concreto simple y concreto reforzado.

- a) *Concreto Simple*: No contiene acero. Se aplica en la construcción de cunetas o bordillos, andenes, obras de drenaje y sanitaria. Resiste esfuerzo de compresión pero es débil a la tensión.
- b) *Concreto Reforzado*: Incluye varillas de acero o refuerzo. Está diseñado para resistir esfuerzos de compresión y tensión. Se aplica en la construcción de elementos estructurales como: vigas, columnas, entresijos, muros de corte, etc. En el diseño de estructuras de concreto reforzado a nivel general se trabaja con una resistencia a la compresión de 3000 PSI que equivale a 210 Kg/cm<sup>2</sup>. Dicha resistencia se obtiene de la relación 1:2:3 (C: A G). Esta relación implica que para una bolsa de cemento corresponde dos de arena y tres de grava. Pero en la práctica esta corresponde a dos baldes de cemento, cuatro de arena y seis de grava.



**ACTIVIDAD DE LECTURA:** Lea y analice los siguientes puntos:

- a. Retracción y Fraguado del concreto
- b. Deformación por cambios de temperatura del concreto
- c. Módulos Elásticos
- d. Control de Calidad del concreto: Prueba de resistencia a la compresión del concreto, prueba de revenimiento para determinar la consistencia, calidad en la obra, etc.

**ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE:** Con base en la lectura realizada, elabore un cuadro sinóptico o mapa conceptual referente a los puntos abordados. Plasme su mapa conceptual en papelógrafos y compártalo con sus compañeros y docente. Respecto a las pruebas mencionadas puede bajar videos o imágenes para respaldar la información. En el mapa conceptual puede pegar las imágenes o recortes para ilustrarlo.

Esta tarea puedes realizarla con tu equipo de trabajo, el cual no debe exceder los seis integrantes, de los cuales pueden pasar dos a exponer el trabajo.

Los cuadros se presentarán a primera hora de la próxima clase y tendrá un valor de cinco puntos.

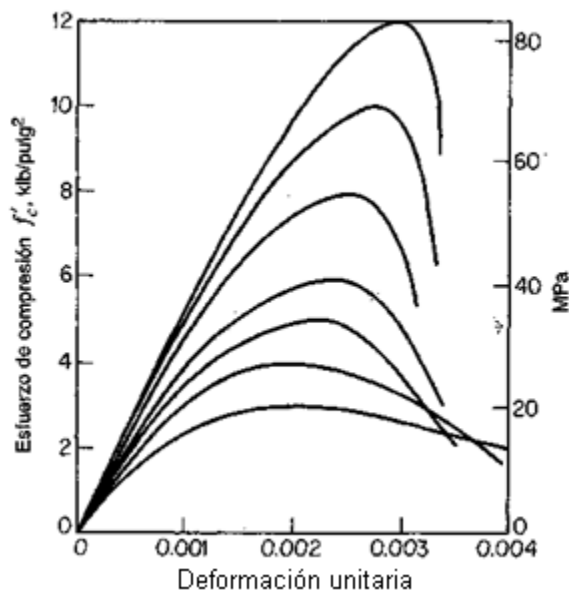
## **Propiedades en compresión**

### **a. Cargas de corta duración**

El comportamiento de una estructura bajo carga depende en alto grado de las relaciones esfuerzo-deformación del material con el cual está construida, para el tipo de esfuerzo al que está sometido el material dentro de la estructura. Debido a que el concreto se utiliza principalmente en compresión, resulta de interés fundamental su curva esfuerzo-deformación unitaria a la compresión. Esta curva se obtiene mediante mediciones apropiadas de la deformación unitaria en ensayos de cilindros o en la zona de compresión de vigas. *La Figura 1* muestra un conjunto típico de estas curvas para concreto de densidad normal y de 28 días de edad, obtenidas



a partir de ensayos de compresión uniaxial realizados con velocidades de carga normales y moderadas.



Todas las curvas tienen características similares. Todas tienen una porción inicial relativamente elástica y lineal en la cual el esfuerzo y la deformación unitaria son proporcionales, luego comienzan a inclinarse hacia la horizontal alcanzando el esfuerzo máximo, o sea la resistencia a la compresión para una deformación unitaria que varía aproximadamente entre 0.002 a 0.003, para concretos de densidad normal, y entre aproximadamente 0.003 y 0.0035 para concretos livianos donde los mayores valores en cada caso corresponden a las mayores resistencias. Todas las curvas muestran un tramo descendente después de que se ha alcanzado el esfuerzo pico; sin embargo, las características de las curvas después del esfuerzo pico dependen en alto grado del método de ensayo.

El **módulo de elasticidad  $E$** , (en unidades  $1 \text{ Kg/cm}^2$ ), es decir la pendiente del tramo recto inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria, aumenta con la resistencia del concreto. Para concretos con



resistencias de aproximadamente 6000 lb/pulg<sup>2</sup>, éste puede calcularse con suficiente precisión a partir de la siguiente ecuación empírica dada por el Código ACI:

$$E_c = W^{1.5} \cdot 4000 \cdot (f'_c)^{1/2}$$

**Donde:**

W: Peso Volumétrico del concreto en Ton/m<sup>3</sup>=2.4

f'c= Resistencia de concreto a la compresión en Kg/cm<sup>2</sup>=210 (3000Psi)

$$G = 0.4 \cdot E_c$$

Módulo de Elasticidad al Esfuerzo Cortante

$$\mu = (0.12 - 0.20)$$

Módulo de Poisson (Para concreto normal es 0.18)

## RESISTENCIA A LA TENSIÓN

Aunque el concreto se emplea de mejor manera cuando se utiliza su buena resistencia a la compresión, su resistencia a la tensión también es de importancia en varias situaciones. La formación y propagación de las grietas en el lado de tensión de elementos de concreto reforzado sometidos a flexión dependen principalmente de la resistencia a la tensión. También ocurren esfuerzos de tensión en el concreto como resultado de cortante, torsión y otras acciones, y en la mayoría de los casos el comportamiento del elemento cambia después de ocurrido el agrietamiento. Como resultado de lo anterior, es de fundamental importancia una predicción suficientemente precisa de la resistencia a la tensión del concreto.





**Rangos aproximados de resistencia a la tensión del concreto**

	Concreto de peso normal (lb/pulg <sup>2</sup> )	Concreto de peso liviano (lb/pulg <sup>2</sup> )
Resistencia a la tensión directa $f'_c$	3 a $5\sqrt{f'_c}$	2 a $3\sqrt{f'_c}$
Resistencia a la tensión indirecta $f_{ct}$	6 a $8\sqrt{f'_c}$	4 a $6\sqrt{f'_c}$
Módulo de rotura $f_r$	8 a $12\sqrt{f'_c}$	6 a $8\sqrt{f'_c}$

### 1.5 Acero de Refuerzo

La resistencia útil tanto a tensión como a compresión de los aceros comunes, es decir, la resistencia a la fluencia, es aproximadamente quince veces la resistencia a la compresión del concreto estructural común y más de 100 veces su resistencia a la tensión. Por otro lado, el acero es un material mucho más costoso que el concreto. De esto resulta que los dos materiales se emplean mejor en combinación si el concreto se utiliza para resistir los esfuerzos de compresión y el acero los esfuerzos de tensión. De esta manera, en vigas de concreto reforzado, el concreto resiste la fuerza de compresión, barras de acero de refuerzo longitudinal colocadas cerca a la cara de tensión resisten las fuerzas de tensión y barras de acero adicionales resisten los esfuerzos de tensión inclinados causados por las fuerzas cortantes en las vigas. A pesar de esto, el refuerzo también se utiliza para resistir fuerzas de compresión, especialmente cuando se desea reducir la sección transversal de elementos a compresión, como es el caso de las columnas de los primeros pisos de edificios altos. Aún si esta necesidad no existiera, una mínima cantidad de refuerzo se coloca en todos los elementos a compresión para asegurarlos contra el efecto de pequeños momentos flectores accidentales que pueden agrietar y aún producir la falla de un elemento no reforzado.



Para lograr una acción efectiva del refuerzo, es esencial que el acero y el concreto se deformen en forma conjunta, es decir, es necesario que haya una **adherencia** suficientemente fuerte entre los dos materiales para asegurar que no ocurrirán movimientos relativos entre las barras de y el concreto circundante. Esta unión se produce por la fuerte **adhesión química** que se desarrolla en la interface acero-concreto, por la **rugosidad natural** de la superficie de las barras de refuerzo laminadas en caliente y por los **resaltes superficiales** poco espaciados que se forman en las barras de refuerzo (barras corrugadas) con el fin de proveer un alto grado de entrelazamiento entre los dos materiales.

Las características adicionales más importantes que llevan a un comportamiento conjunto satisfactorio entre el concreto y el acero son las siguientes:

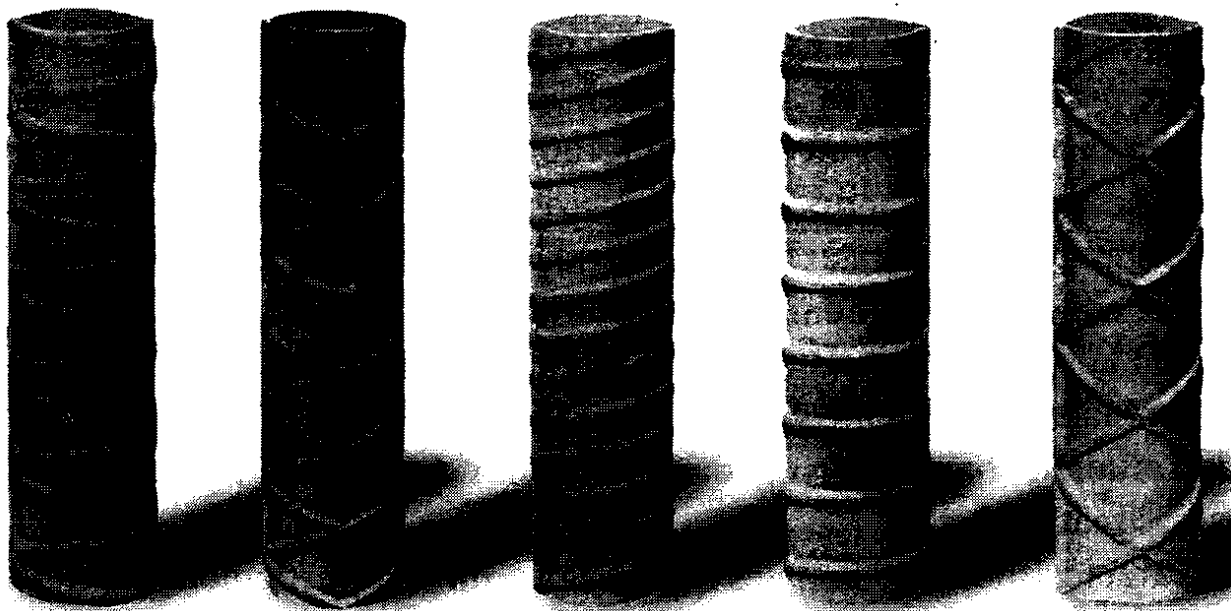
1. En tanto que la **resistencia a la corrosión** del acero descubierto es pobre, el concreto que rodea el acero de refuerzo provee una excelente protección minimizando los problemas de corrosión y los correspondientes costos de mantenimiento.
2. La **resistencia al fuego** del acero desprotegido se ve empeorada por su alta conductividad térmica y por el hecho de que su resistencia disminuye considerablemente a altas temperaturas. Por el contrario, la conductividad térmica del concreto es relativamente baja. De esta manera, los daños producidos por una exposición prolongada al fuego, si es que se presentan, están generalmente limitados a la superficie exterior del concreto y una moderada cantidad de recubrimiento de concreto proporciona suficiente aislamiento térmico al refuerzo embebido.



**El acero se utiliza de dos maneras en las estructuras de concreto:** como acero de refuerzo y como acero de preesfuerzo. El acero de refuerzo se coloca en las formaleas antes de vaciar el concreto. Los esfuerzos en el acero, al igual que en el concreto endurecido, están causados únicamente por las cargas sobre la estructura, excepto por posibles esfuerzos parásitos generados a partir de la retracción de fraguado o causas similares. En contraste, en estructuras de concreto preesforzado se aplican altas fuerzas de tensión al refuerzo antes de que éste actúe en forma conjunta con el concreto para resistir las cargas externas. Los aceros para estos dos usos son muy diferentes y se discuten por separado.

### **1.5.1 Barras de refuerzo**

El tipo más común de acero de refuerzo (distinguiéndolo de los aceros de preesfuerzo) viene en forma de barras circulares llamadas por lo general *varillas* y disponibles en un amplio intervalo de diámetros aproximadamente de  $3/8$  hasta  $1\ 3/8$  de pulgada para aplicaciones normales y en dos tamaños de barra pesados de aproximadamente  $1\ 3/4$  y  $2\ 1/4$  de pulgada. Estas barras vienen corrugadas para aumentar la resistencia al deslizamiento entre el acero y el concreto.



Los tamaños de las barras se denominan mediante números, siendo los más usados los números 3 a 11 y 14 y 18 que representan dos barras de tamaño especial tal como se mencionó previamente. La denominación mediante el número en lugar del diámetro se ha adoptado debido a que las estrías superficiales hacen imposible definir un solo valor medido del diámetro. Los números se han organizado de manera que el número de la denominación corresponde muy cercanamente al número de diámetros de 1/8 de pulgada. Por ejemplo, una barra No. 5 tiene un diámetro nominal de 5/8 de pulgada.

### **1.5.2 Grados y resistencia**

En concreto reforzado existe una tendencia a largo plazo a la utilización de materiales de alta resistencia tanto para el acero como para el concreto. Las barras de refuerzo con esfuerzos de fluencia de 40 klb/pulg<sup>2</sup>, de uso estándar 25 años atrás, han sido remplazadas casi en su totalidad por barras con esfuerzos de fluencia de 60 klb/pulg<sup>2</sup>, debido a que éstas



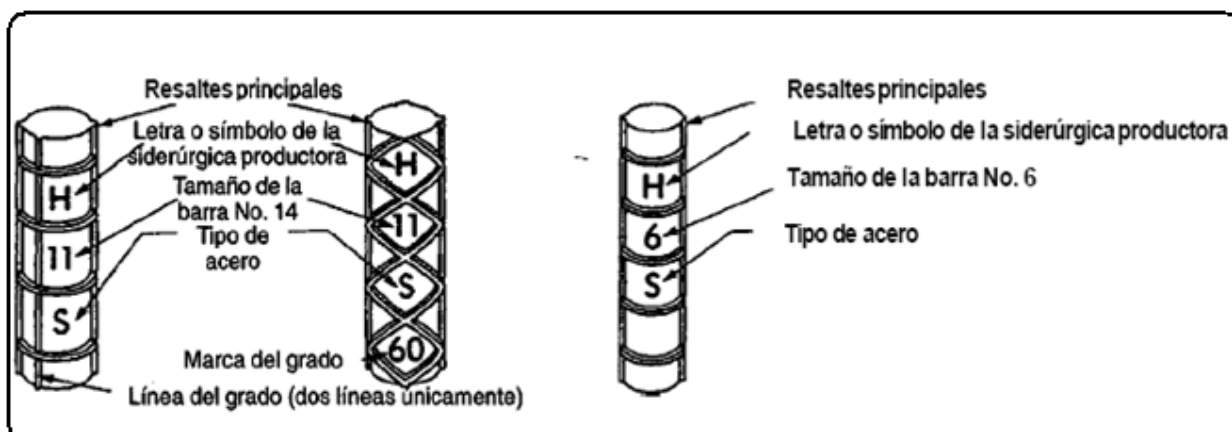
últimas son más económicas y tienden a reducir la congestión del acero en las formaletas.

La soldadura de barras para hacer empalmes o por conveniencia en la fabricación de entramados de refuerzo para colocación en las formaletas, puede resultar en cambios metalúrgicos que reducen tanto la resistencia como la ductilidad y, por tanto, deben establecerse restricciones especiales sobre el tipo de acero utilizado y el procedimiento de soldadura.

Para acero longitudinal principal se usan barras redondas corrugadas que varía desde 3/8" a 1 1/4" (flexión). Para acero transversal secundario se usan diámetros que van desde 1/4" a 3/8" (Cortante).

### 1.5.3 Curvas esfuerzo-deformación unitaria

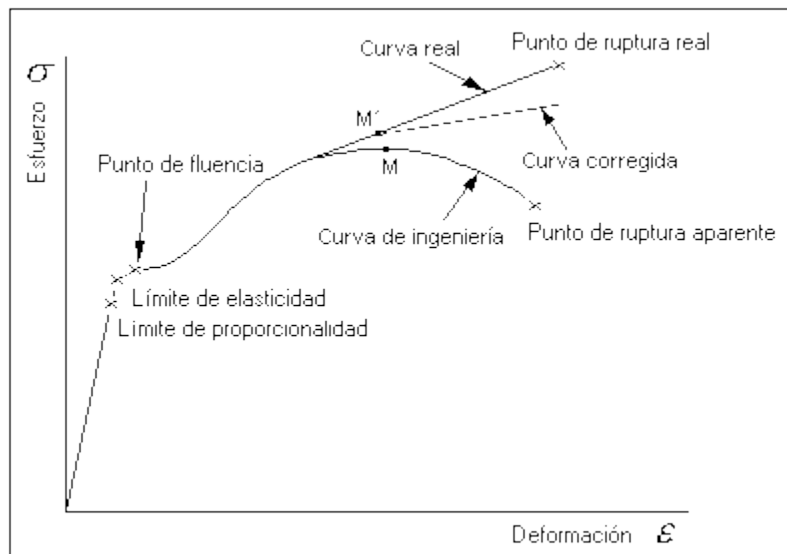
Las dos características numéricas principales que determinan los rasgos de una barra de refuerzo son su punto de fluencia (generalmente igual en tensión que en compresión) y su módulo de elasticidad E. Éste último es prácticamente el mismo para todos los aceros de refuerzo (pero no para los aceros de preesfuerzo) y se toma como  $E_s = 29,000,000 \text{ lb/pulg}^2$ .

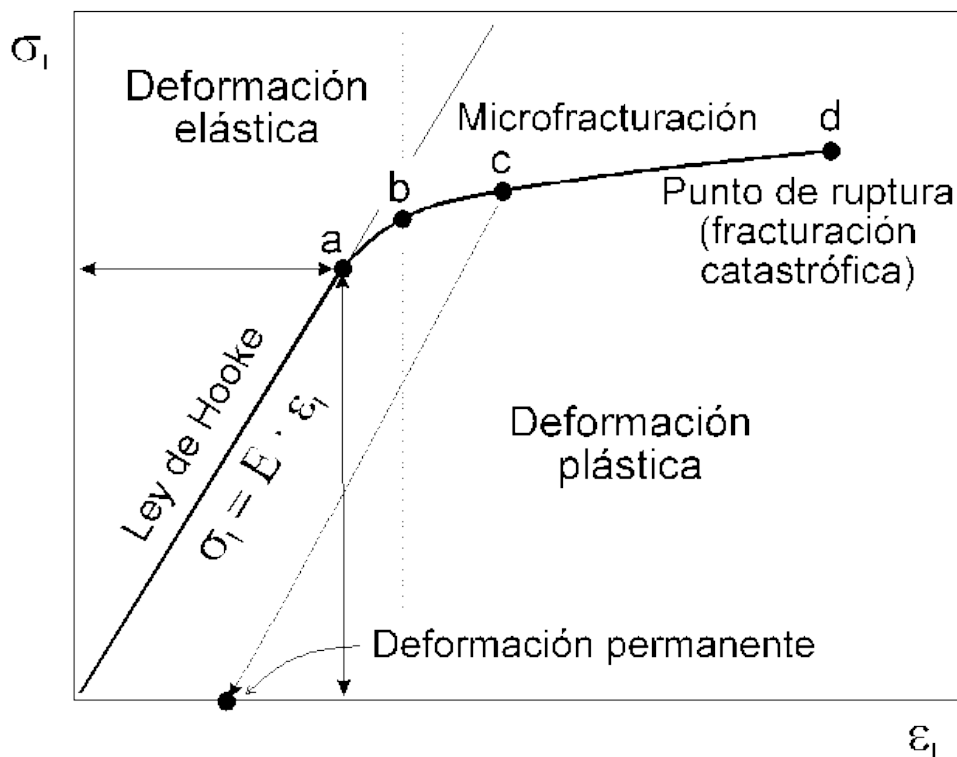




Adicionalmente, la forma de la curva esfuerzo-deformación unitaria, y en particular la del tramo inicial, tiene una influencia significativa en el comportamiento de elementos de concreto reforzado.

Los aceros con bajo contenido de carbón, tipificados por la curva grado 40, muestran una porción elástica seguida de una plataforma de fluencia, es decir, una porción horizontal de la curva donde la deformación unitaria aumenta continuamente bajo esfuerzo constante. Para estos aceros, el punto de fluencia es el esfuerzo para el cual la plataforma de fluencia queda claramente definida. Para deformaciones unitarias mayores, los esfuerzos comienzan a aumentar de nuevo pero a una tasa menor, un proceso que se conoce como endurecimiento por deformación. La curva tiende a hacerse horizontal cuando alcanza la resistencia a la tensión; ésta comienza a descender hasta que se llega a la rotura.





## UNIDAD II: Flexión Simple

**Objetivo específico de la unidad:** Estudiar los criterios y condiciones necesarias para el diseño de elementos sometidos a flexión (vigas y losas unidireccionales).

### Introducción

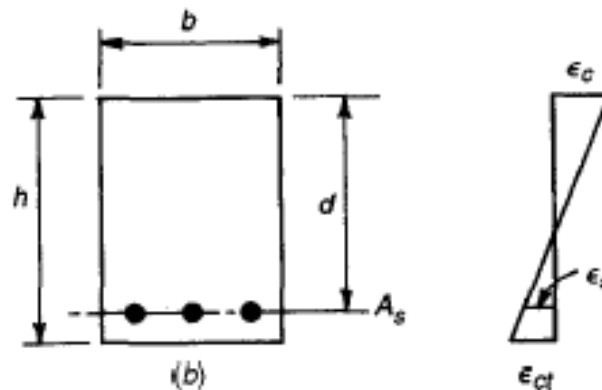
Inicialmente se abordarán los supuestos fundamentales en los cuales se basa el análisis y diseño de elementos de concreto reforzado. Posteriormente se aplicarán conceptos idénticos en el desarrollo de los métodos para análisis y diseño de vigas. Esta parte tratará el análisis y el diseño a flexión, e incluye la medición de las secciones transversales de concreto, y la selección y ubicación del acero de refuerzo.



## 2.1 Supuestos o hipótesis del Reglamento ACI sobre deformaciones y esfuerzos en elementos sometidos a flexión (vigas)

2.1.1 En cualquier sección transversal existen fuerzas internas que pueden descomponerse en fuerzas normales y tangenciales a la sección. Las componentes normales son los esfuerzos de flexión (Tensión en un lado del eje neutro y compresión en el otro); su función es la de resistir el momento flector que actúa en la sección. Las componentes tangenciales se conocen como esfuerzos cortantes que resisten las fuerzas transversales o cortantes.

2.1.2 Una sección transversal plana antes de la aplicación de las cargas permanece igual al someterla a carga. Significa que las deformaciones unitarias en la viga, por encima y por debajo del Eje Neutro (E.N) son proporcionales a la distancia desde este eje.



2.1.3 Adherencia total entre concreto y acero.

2.1.4 Debido a que la resistencia a la tensión del concreto es tan sólo una pequeña fracción de su resistencia a la compresión, el concreto en aquella parte del elemento sometido a tensión estará usualmente fisurado. Aunque para elementos bien diseñados





estas fisuras son en general tan delgadas que resultan apenas visibles (a veces se les llaman grietas capilares), éstas evidentemente obligan a que el concreto fisurado sea incapaz de resistir esfuerzos de tensión. *De acuerdo con esto, se supone en general que el concreto no es capaz de resistir ningún esfuerzo de tensión.* Esta suposición es una simplificación de la situación real debido a que, de hecho, el concreto antes del agrietamiento, al igual que el concreto localizado entre fisuras, sí resiste esfuerzos de tensión de pequeña magnitud.

## 2.2 Comportamiento de vigas de concreto reforzado

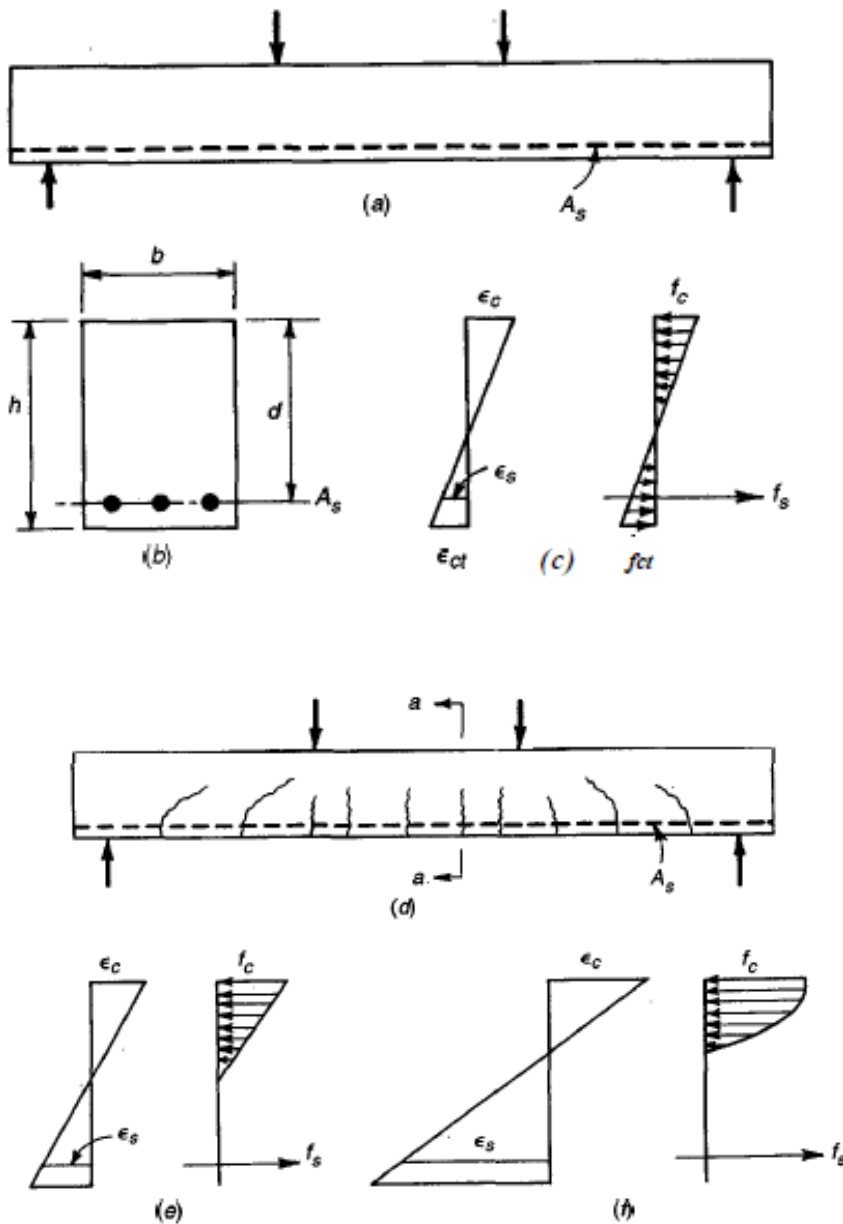
Las vigas de concreto simple son ineficientes como elementos sometidos a flexión debido a que la resistencia a la tensión en flexión es una pequeña fracción de la resistencia a la compresión. En consecuencia, estas vigas fallan en el lado sometido a tensión a cargas bajas mucho antes de que se desarrolle la resistencia completa del concreto en el lado de compresión. Por esta razón se colocan barras de acero de refuerzo en el lado sometido a tensión tan cerca como sea posible del extremo de la fibra sometida a tensión, conservando en todo caso una protección adecuada del acero contra el fuego y la corrosión. En una viga de concreto así reforzada, el acero de refuerzo resiste la tensión causada por los momentos flectores, mientras que el concreto usualmente es capaz de resistir sólo la compresión correspondiente. Esta acción conjunta de los dos materiales se garantiza si se impide su deslizamiento relativo, lo que logra mediante la utilización de barras corrugadas con su alta resistencia por adherencia en la interfase acero-concreto y, si es necesario, mediante anclajes especiales en los extremos de las barras. En la **Figura 3.2** de abajo se presenta un ejemplo sencillo de una viga reforzada de esta manera y se indica la nomenclatura usual para las dimensiones de la sección transversal. Para



simplificar, el análisis que sigue se relaciona únicamente con vigas de sección transversal rectangular, aunque en la mayor parte de las estructuras de concreto son muy comunes los elementos con otras formas.

**IMPORTANTE:**

Cuando la carga en dicha viga se incrementa de modo gradual desde cero hasta la magnitud que producirá su falla, claramente pueden distinguirse diferentes estados en su comportamiento. *Para cargas bajas*, mientras que el máximo esfuerzo de tensión en el concreto sea menor que el módulo de rotura, todo el concreto resulta efectivo para resistir los esfuerzos de compresión a un lado y de tensión al otro costado del eje neutro. Además, el refuerzo, que deforma la misma cantidad que el concreto adyacente, también está sometido a esfuerzos de tensión. En esta etapa, todos los esfuerzos en el concreto son de pequeña magnitud y proporcionales a las deformaciones. La distribución de las deformaciones unitarias y de los esfuerzos en el acero y en el concreto en la altura de la sección aparece en la **Figura 3.2c**.



**FIGURA 3.2**  
Comportamiento de vigas de concreto reforzado ante carga creciente.

Cuando la carga se aumenta un poco más, pronto se alcanza la resistencia a la tensión del concreto y en esta etapa se desarrollan las grietas de tensión. Éstas se propagan con rapidez hacia arriba y muy cerca del nivel del plano neutro, que a su vez se desplaza hacia arriba con agrietamiento progresivo. La forma general y la distribución de estas grietas de tensión aparecen en la figura 3.2d. En vigas bien diseñadas la amplitud de estas grietas es tan pequeña (grietas capilares) que no tienen objeción desde el



punto de vista de la protección contra la corrosión o de la apariencia. Su presencia, sin embargo, afecta profundamente el comportamiento de la viga sometida a carga. Evidentemente, en una sección fisurada, es decir, en una sección transversal localizada en una grieta como la sección a-a en la figura 3.2d, el concreto no transmite ningún esfuerzo de tensión; de ahí que, al igual que en los elementos sometidos a tensión, al acero le corresponde resistir toda la tensión. *Para cargas moderadas*, si el esfuerzo en el concreto no excede aproximadamente  $f_c/2$ , los esfuerzos y las deformaciones unitarias continúan siendo proporcionales. La distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos en la sección fisurada o cerca de ella es, en consecuencia, la que aparece en la figura **3.2e**.

*Cuando la carga se incrementa aún más*, el esfuerzo y las deformaciones aumentan en forma correspondiente y desaparece la proporcionalidad. La relación no lineal entre esfuerzos y deformaciones unitarias que sigue es la determinada por la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto.

### **2.2.1 Modos de fallas en las vigas de concreto reforzado**

*En algún momento se alcanza la capacidad de carga de la viga. La falla se puede presentar de dos maneras.* Cuando se emplea una cantidad de refuerzo relativamente moderada, el acero alcanza su punto de fluencia con determinado valor para la carga. Para este esfuerzo, el acero de refuerzo fluye en forma súbita y se alarga de manera considerable, entonces las grietas de tensión en el concreto se ensanchan de manera visible y se propagan hacia arriba, presentándose simultáneamente una deflexión significativa de la viga. Cuando esto ocurre, las deformaciones unitarias en la zona de compresión restante del concreto se incrementan hasta tal punto que sobreviene el aplastamiento del concreto, o sea una falla por compresión secundaria con una carga sólo ligeramente superior que la carga que causó la fluencia en el acero. En consecuencia, la

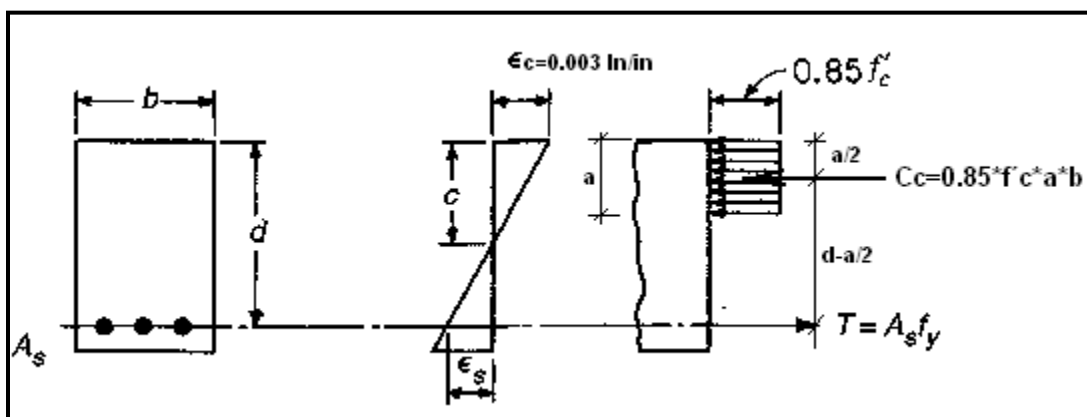


realización efectiva del punto de fluencia en el acero determina la capacidad de carga de las vigas moderadamente reforzadas. Esta falla por fluencia es gradual y está precedida por signos visibles de peligro, como el ensanchamiento y alargamiento de las grietas y el aumento notorio en la deflexión.

De otra parte, si se emplean grandes cantidades de refuerzo o cantidades normales de acero de muy alta resistencia, la resistencia a la compresión del concreto puede agotarse antes de que el acero comience a fluir. El concreto falla por aplastamiento cuando las deformaciones unitarias son tan grandes que destruyen su integridad. Todavía no se conocen las razones para la presencia de este tipo de falla, **pero se ha observado que las vigas rectangulares fallan en compresión cuando el concreto alcanza valores de deformación unitaria del orden de 0.003 a 0.004.** La falla por compresión debida al aplastamiento del concreto es repentina, de naturaleza casi explosiva y ocurre sin ningún aviso. Por esta razón, es aconsejable calcular las dimensiones de las vigas de tal manera que, si se sobrecargan, la falla se inicie por fluencia del acero en vez del aplastamiento del concreto.

**Otro artificio creado por el ACI es el siguiente:**

Para determinar las resultantes de las fuerzas actuantes.





**Donde:**

**$f_y$** = Resistencia de la fluencia del acero

**$d$** = Peralte efectivo (Distancia centroide de la varilla hasta la fibra superior)

**$b$** = Ancho o alma de la viga

**$A_s$** = Área de acero a tensión

**$C$** = Profundidad del E.N

$\epsilon_s$ = Deformación en el acero a tensión

**$a$** = Profundidad del bloque a compresión

**$C_c$** = Resultante del bloque a compresión

**$\beta$** = Depende de la  $f'c$  (Resistencia nominal) y tiene un valor de 0.85 para concreto cuya resistencia sea:

$$\beta = 0.85 \rightarrow f'c \leq 280 \text{ Kg/cm}^2$$

Si  $f'c$  es mayor a  $280 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\beta$  se reduce en 0.05 por cada  $70 \text{ Kg/cm}^2$  en exceso a los  $280 \text{ Kg/cm}^2$ .

Ejemplo:

$$280 + 70 = 350 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow \beta = 0.85 - 0.05 = 0.80$$

**Razonamiento**

Por equilibrio la fuerza de compresión debe ser igual a la fuerza de tensión

$$C_c = T$$

$$0.85 * f'c * a * b = A_s * f_y$$

✓ *Porcentaje de acero de refuerzo ( $\rho$ )*



$$\rho_{\text{diseño}} = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d$$

✓ Profundidad del bloque a compresión "a"

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b}$$

O bien

$$a = \frac{\rho \cdot f_y \cdot d}{0.85 \cdot f_c}$$

✓ Índice de refuerzo "w"

$$w = \frac{\rho \cdot f_y}{f_c}$$

Tomando momentos de acero a tensión

$$M_n = C_c \times \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

O bien

$$\phi M_n = \phi A_s \times f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$a = \frac{w \cdot d}{0.85}$$

✓ Resistencia nominal o momento nominal es:

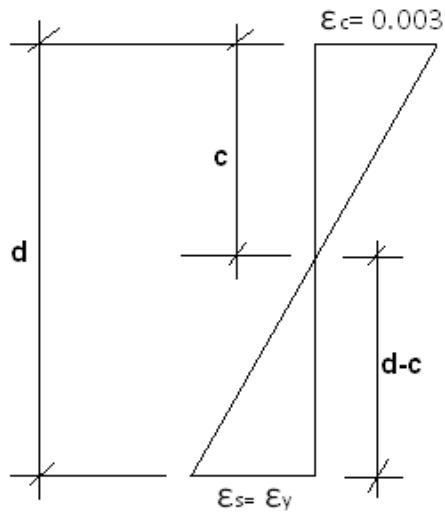
$$\phi M_n = 0.90 [b \times d^2 \times f_c \times w (1 - 0.59w)]$$

Donde:  $\phi$  es el factor de seguridad para elementos a flexión y corresponde a 0.90.

✓ Obtención del % de acero balanceado



Se asume que se alcanza simultáneamente la máx. Deformación por aplastamiento de concreto con un valor de 0.003 y que el acero alcanza la deformación de fluencia.

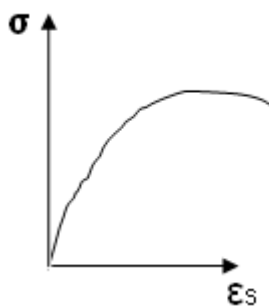


$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{(d - c)}$$

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\epsilon_s}{(d - c)}$$

$$0.003 \cdot (d - c) = \epsilon_s \cdot c$$

### Ley de Hooke







$$\sigma = E * \varepsilon$$

$$f_y = E_s * \varepsilon_s$$

$$\varepsilon_s = \frac{f_y}{E_s}$$

**$E_s = 2E6 \text{ Kg/cm}^2 = 29000 \text{ Psi}$  (Elasticidad del acero)**

✓ *Cuantía de acero balanceado:*

$$\rho_b = \frac{0.85 * f'_c * \beta * 6000}{f_y(6000 + f_y)}$$

Si  $\rho < \rho_b$  es una falla a tensión y si  $\rho > \rho_b$  es una falla a compresión.

$\rho_{max} = 0.75 \rho_b \rightarrow$  Zona sísmica

**$\rho_{min} \leq \rho_{diseño} \leq \rho_{max}$**

$$\rho_{min} = \frac{0.80 * \sqrt{f'_c}}{f_y}$$

## **Diseño por cortante (Diseño de Estribos)**

### **1. Introducción**

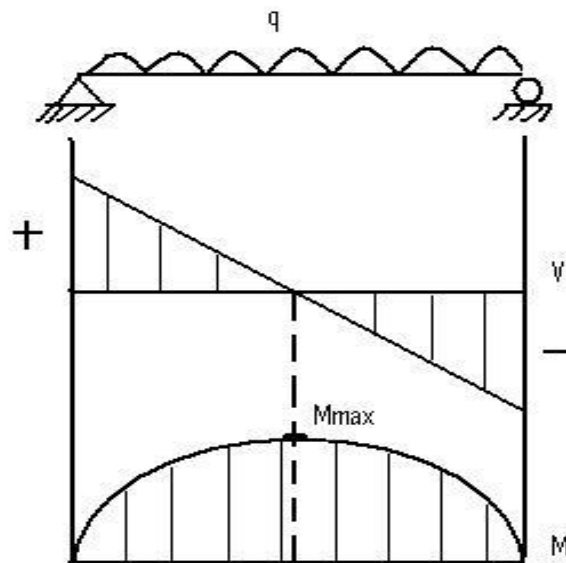
En vista que las vigas además de estar sujetas a momentos flexionantes, deben lidiar con esfuerzos cortantes que se originan en los extremos o apoyos. Ante esta situación el diseñador debe reforzar las secciones en este sentido y lo hace colocando estribos los cuales además de proporcionar confinamiento al acero longitudinal, resiste las sollicitaciones por



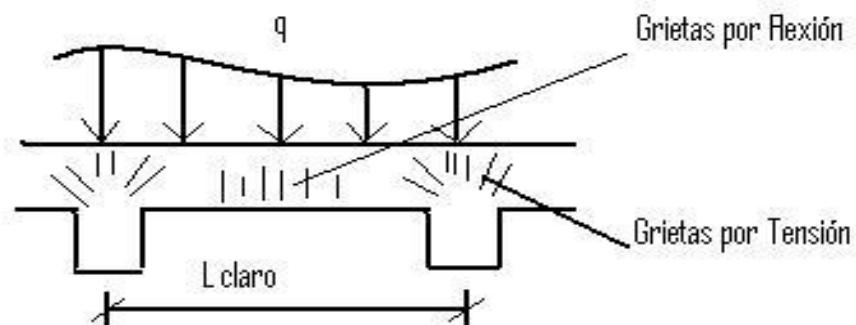
cortantes, los cuales a su vez son debido a la acción de fuerzas o cargas horizontales (Sismo y Viento).

## 2. Comportamiento Estructural de la vigas de concreto reforzado

Es necesario tener presente que los máximos esfuerzos cortantes ocurren en aquellos puntos donde el momento flexionante es igual a cero, o sea en los extremos. Lo expuesto se observa en la siguiente figura:



El agrietamiento que se presenta en el centro del claro de la viga se debe a la acción de los momentos flexionantes, dichas grietas son verticales y desplazan el Eje Neutro (EN) hacia arriba a medida que aumentan las cargas. Las grietas por cortante se presentan en los extremos y son inclinadas.



Es común escuchar y observar al albañil o maestro de obra cuando le especifica a su ayudante que los primeros cinco estribos se coloquen a cada 5 cm y el resto a cada 10 cm ó 15 cm. Dado que los máximos cortantes ocurren en los extremos, la decisión del albañil es acertada. Sin embargo como diseñadores debemos tener presente que la disposición descrita para estribos, no es una constante en todas las estructuras, pues depende de las solicitaciones (cargas) por cortante.

### 3. Funciones del refuerzo por cortante (Estribos)

- ✓ Soporta parte de la fuerza cortante externa factorizada.
- ✓ Impide la aparición de grietas diagonales.
- ✓ Sujeta las varillas longitudinales en su posición.
- ✓ Proporciona confinamiento al concreto.

### 4. Ecuaciones utilizadas para el diseño por cortante

Existen dos métodos para calcular la cantidad de estribos a colocarse en una viga los cuales son: simplificado y detallado.

#### a) Método Simplificado

$$\phi V_c = 0.55 \times \sqrt{f'_c} \times b \times d \times \phi \quad \therefore$$



b: ancho de la sección

d: peralte efectivo

f'c: resistencia a la compresión del concreto

Ø: coeficiente de seguridad al corte

ØVc: resistencia nominal del concreto al esfuerzo cortante

**a.1) Si el elemento está sujeto además a carga de compresión entonces:**

$$\mathbf{\varnothing Vc = \varnothing \times 0.55 \left[ \frac{Nu}{2000.Ag} + 1 \right] \times \sqrt{f'c} \times d \times b \quad \therefore}$$

Nu: carga axial factorizada de compresión

Ag: área bruta (gruesa) de la sección transversal.

La resistencia por cortante total que ofrece un miembro es igual a la suma del aporte del concreto (ØVc) y la del acero (Vs). La contribución del acero es igual a:

$$\mathbf{Vs = \frac{Vu - \varnothing Vc}{\varnothing} \quad , \quad S_{requerida} = \frac{Av \times fy \times d}{Vs} \quad \therefore}$$

Av: Área de la varilla

S: Separación longitudinal

Vs: Aporte del acero a la resistencia por cortante.

Asimismo debe cumplirse con los siguientes requerimientos:

$$\mathbf{Vs \leq 2\sqrt{f'c} * b * d}$$

El área mínima por cortante debe ser:

$$\mathbf{Av \textit{ min} = \frac{3.5 * b * S_{m\acute{a}x}}{fy}}$$



$$S_{m\acute{a}x} = \frac{A_v * f_y}{3.5 * b}$$

El ACI especifica que la separación máxima ( $S_{m\acute{a}x}$ ) de estribos no debe exceder  $\frac{d}{2}$ , ni 60 cm. Cuando  $V_s > \sqrt{f'c} * b * d$  los criterios de separación

deben reducirse a la mitad o sea  $S_{m\acute{a}x} = \frac{d}{4}$

### **b) Método detallado**

$$v_c = \left[ 0.50 * \sqrt{f'c} + 175 * \rho_w * \frac{V_u * d}{M_u} \right] * b * d \leq 0.93 * \sqrt{f'c} * b * d$$

Donde:

$$\rho_w = \frac{A_s}{b * d}$$

$A_s$ = Área de acero longitudinal

$V_u$ = Fuerza cortante factorada en el punto de análisis considerado.

$M_u$ =Momento flexionante factorado.

### **EJEMPLO 1**

Calcule el refuerzo por cortante si la viga mostrada tiene como refuerzo principal o longitudinal 4#8 cerca de los extremos.

#### **✓ Características de los materiales**

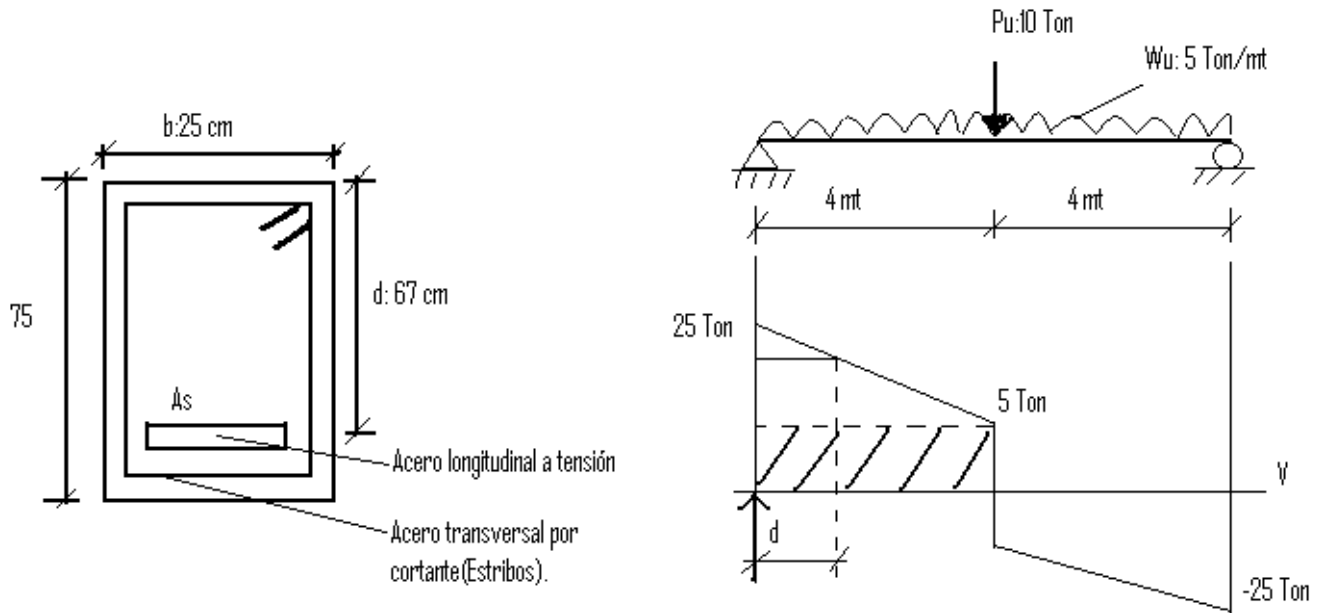
$f_c = 250 \frac{kg}{cm^2}$  (Resistencia a la compresión del concreto)

$f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$  (Acero longitudinal A-60)

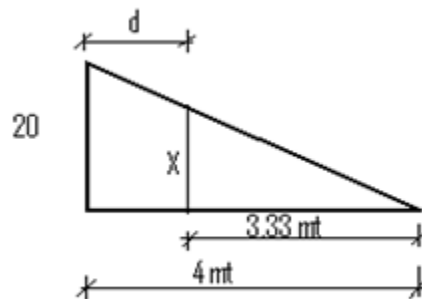


$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Acero transversal A-40)}$$

✓ **Características geométricas de la sección**



El cortante se diseñara a lo largo de una distancia "d" con respecto a la cara del apoyo, como se muestra a continuación:





$$\frac{20\text{Ton}}{4\text{mt}} = \frac{X}{3.33\text{mt}}$$

$$x = (16.65 + 5) \text{ Ton}$$

$$V_u = x = 21.65 \text{ Ton}$$

**Aplicar el método simplificado para el diseño por cortante:**

Mediante relación de triángulos se ha identificado la cortante última  $V_u$  **en los extremos**, seguidamente se calculará:

$$\phi V_c = ?$$

$$\phi V_c = \phi * 0.55 * \sqrt{f'c} * b * d = 0.75 * 0.55 * \sqrt{250} * 25\text{cm} * 67\text{cm} = 10924.7\text{kg}$$

$$\phi V_c = 10.92\text{Ton} < V_u = 21.65\text{Ton} \text{ (Se necesitan estribos)}$$

Puede observarse que la Contribución del concreto a la resistencia por cortante no es suficiente para contrarrestar la cortante actuante, por lo tanto el diseñador se ve obligado a colocar más acero en forma de estribos o refuerzo por cortante que es lo mismo. Así que se calculará el aporte del acero a la resistencia por cortante, como se muestra a continuación:

$$V_s = \frac{V_u - \phi V_c}{\phi}$$

$$V_s = \frac{(21.65 - 10.92)\text{Ton}}{0.75} = 14.31 \text{ Ton}$$

En vista que el acero longitudinal es mayor a la varilla número cinco, entonces se usará para estribos acero de 3/8 pulgadas.



- ✓ Separación requerida para estribos ( $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$  – Acero 3/8"). El  $A_v$  se multiplica por dos puesto que el estribo se considera que está formado por dos ramas.

$$S = \frac{A_v \times f_y \times d}{V_s} = \frac{(2 * 0.71 \text{ cm}^2 * 2800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 67 \text{ cm})}{14.31 \times 1000 \text{ kg}} = 18.62 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

- ✓ Se debe cumplir con los siguientes requisitos:

$$V_s \leq 2 \sqrt{f_c} * b * d$$

$$14.31 \text{ Ton} \leq (2 * \sqrt{250 \text{ kg/cm}^2} * 25 \text{ cm} * 67 \text{ cm}) / 1000 \text{ kg/ton} = 53 \text{ Ton}$$

**O.k**

Con base en la gráfica de cortantes, el cortante último en **el centro del claro** corresponde a 5Ton, en tanto el concreto por si solo ofrece una resistencia por cortante de 10.92 Ton. Lo anterior indica que en el centro del claro de la viga no se necesita colocar estribos, sin embargo se usarán cantidades mínimas.

$\phi V_c = 10.92 \text{ Ton} > V_u = 5 \text{ Ton}$  **(No se requieren estribos, pero se usarán cantidades mínimas)**

A continuación se determinará la separación máxima a la que deben colocarse los estribos mínimos en el centro del claro.

$$S_{\text{máx}} = \frac{A_v * f_y}{3.5 * b} = \frac{2 * 0.71 \text{ cm}^2 * 2800 \text{ kg/cm}^2}{3.5 * 25 \text{ cm}} = 45 \text{ cm}$$

- ✓ Verificar los criterios faltantes





$$V_s = 14.31 > (\sqrt{250 \text{ kg/cm}^2} * 25 \text{ cm} * 67 \text{ cm}) / 1000 \text{ kg/ton} = 26.5 \text{ Ton}$$

El resultado implica que la  $S_{\text{máx}}$  no debe exceder  $d/2 = 67 \text{ cm}/2 = 33.5 \text{ cm}$ , ni 60 cm. De las dos se escoge la menor.

**$S_{\text{máx}}$  diseño = 33.5 cm**

✓ Propuesta final de Estribos para detallado

**Extremos: #3 @ 20 cm**

**Centro Claro: #3 @ 30 cm**

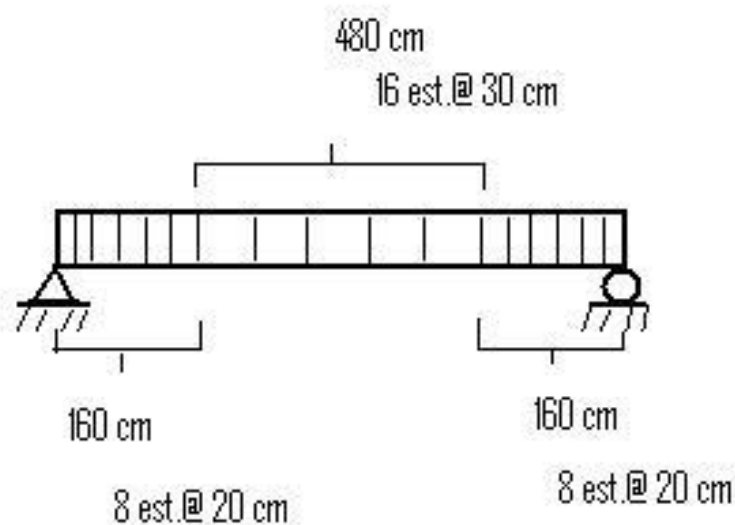
Para los extremos: se deben disponer estribos en una longitud igual a

$$2 * H = (2 * 75) \text{ cm} = 150 \text{ cm}$$

$$150 \text{ cm} / 20 \text{ cm} = 7.5 \text{ estribos} = 8 \text{ estribos @ } 20 \text{ cm en ambos lados.}$$

En el centro del claro deben estar separados @ 30 cm

$$(800 - 160 * 2) \text{ cm} = 480 \text{ cm} / 30 \text{ cm} = 16 \text{ estribos @ } 30 \text{ cm en el centro del claro.}$$

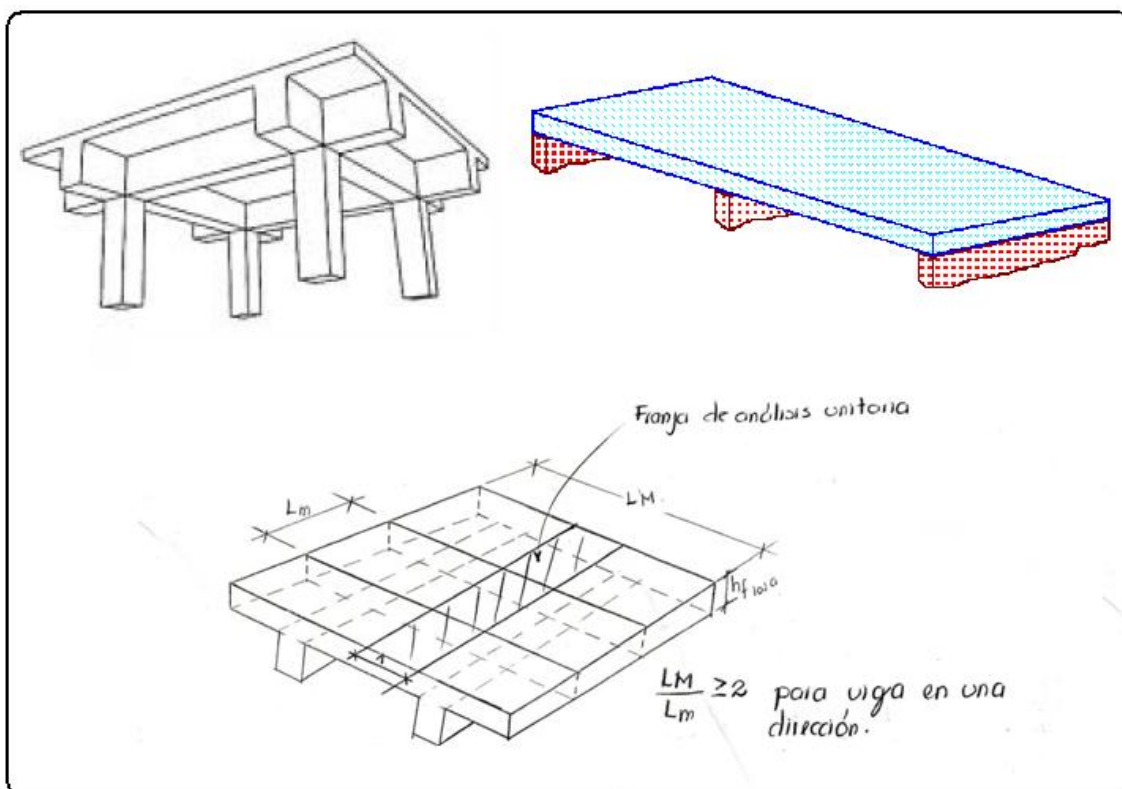




## LOSAS UNI (Losas Unidireccionales)

### 1. Introducción

Las losas se utilizan para proporcionar superficies planas y útiles. Las losas que trabajan en una dirección tienen tableros rectangulares con una relación de claro largo a claro corto mayor que dos, en tanto que la flexión se considera únicamente en el sentido del **claro corto**.



### 2. Procedimiento de Análisis

El proceso de análisis de losas unidireccionales consiste en tomar una franja de ancho unitario ( $l_{mt}$ ,  $l_{ft}$ ). Por tanto se hace la suposición de que una losa en una dirección es una viga rectangular con una relación grande de ancho a espesor, desde esta perspectiva se supone entonces que la losa consiste en una serie de tales vigas colocadas una al lado de la otra.



La viga de un metro de ancho es muy conveniente al hacer los cálculos de carga, ya que las cargas normalmente se expresan en Kg/m<sup>2</sup> y por ende la carga por metro de longitud en la viga es la carga por metro cuadrado soportada por la losa.

La carga soportada por la losa unidireccional, incluido su peso propio es transferida a los miembros que soportan los bordes de la losa.

### **3. Disposición del acero de refuerzo en Losas UNI**

Respecto a la colocación del acero, obviamente el refuerzo por flexión se coloca perpendicularmente a esos soportes, osea paralelamente a la dirección larga de la viga unitaria. Por supuesto, se coloca también una cantidad menor de refuerzo en la otra dirección para resistir los esfuerzos por contracción y temperatura.

**No olvides:** que el espesor requerido para una losa en una dirección depende de la flexión, la deflexión y los requisitos de cortante.

### **4. Criterios para colocar refuerzo mínimo (Refuerzo por contracción y temperatura; para evitar agrietamientos)**

El código ACI establece que para barras corrugadas de grado 40 ó 50, el área mínima de acero debe ser 0.002 veces el área total de la sección transversal de la losa. Asimismo, cuando se usan barras de grado 60 o mallas electro-soldadas de alambre, el área mínima debe ser (0.0018 \* b \* h).

Cuando  $f_y \geq 4200$  kg/cm<sup>2</sup>, el valor mínimo es:

$$\frac{0.0018 * 4200}{f_y} \geq 0.0014 * b * h$$



## 5. Criterios de separación máxima

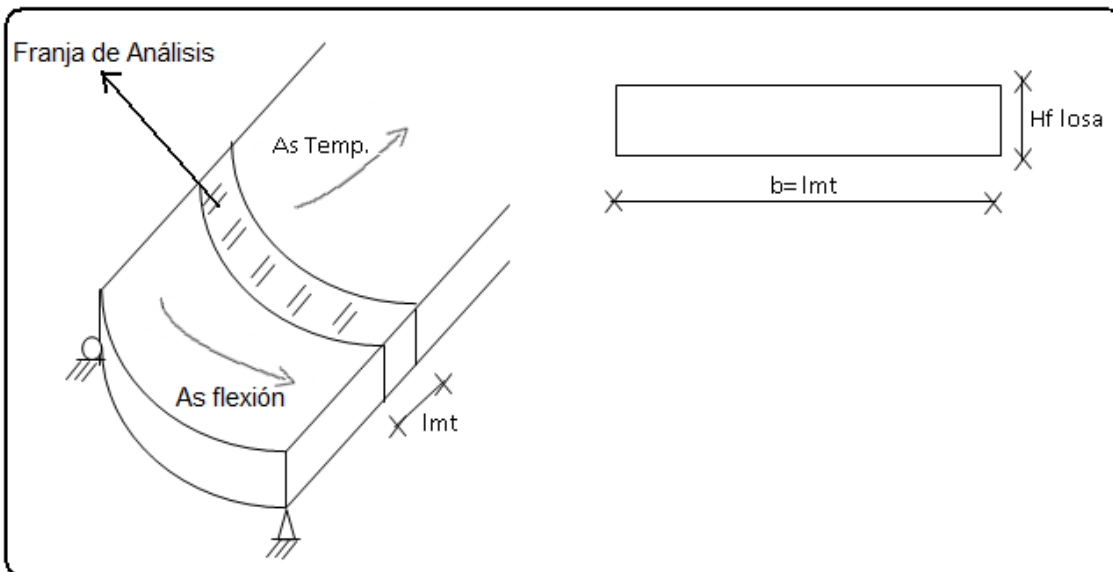
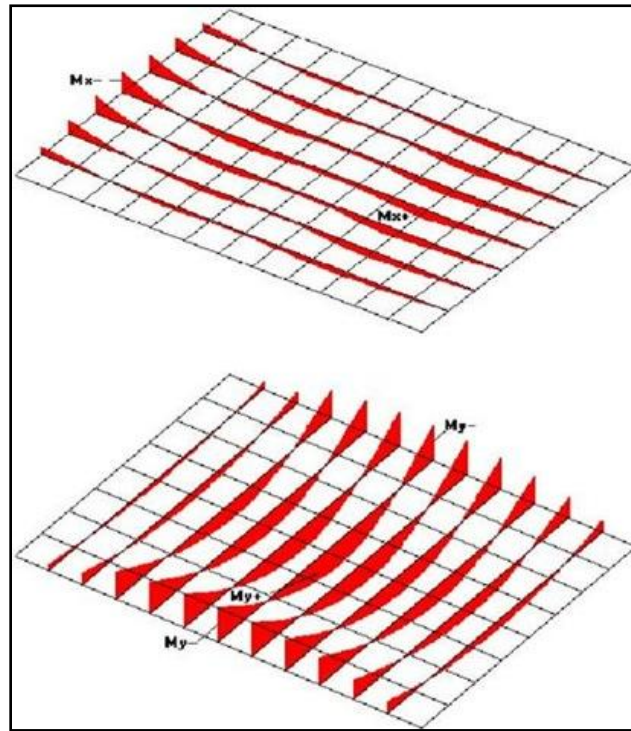
- ✓ La separación del acero por flexión debe ser la menor de las siguientes condiciones:
  - a.  $S \leq 45 \text{ cm}$
  - b.  $S \leq 3 \cdot hf$
- ✓ La separación máxima del acero por contracción y temperatura debe atender la siguiente condición:
  - a.  $S \leq 5 \cdot hf$
  - b.  $S = 45 \text{ cm}$

Cabe mencionar que el acero por concentración y temperatura forma una malla de acero al unirse perpendicularmente al refuerzo principal manteniéndolo firmemente en su posición. Este acero sirve también para distribuir transversalmente las cargas concentradas en la losa.

El área de acero mínimo por flexión se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Ás mín flexión} = \frac{0.7 \times \sqrt{f'c} \times b \times d}{f_y}$$

La siguiente gráfica muestra la deformación de las losas debido a momentos flexionantes positivos (centro) y negativos (extremos) en ambas direcciones (X e Y). El acero de refuerzo se coloca precisamente con el objetivo de vencer esas deflexiones y evitar agrietamientos.





### Ejemplo 1 de LOSA UNI

Calcule el refuerzo por flexión y temperatura que debe colocarse en una losa unidireccional, con el objetivo de capacitarla para que responda favorablemente ante sus sollicitaciones de carga.

#### Datos

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

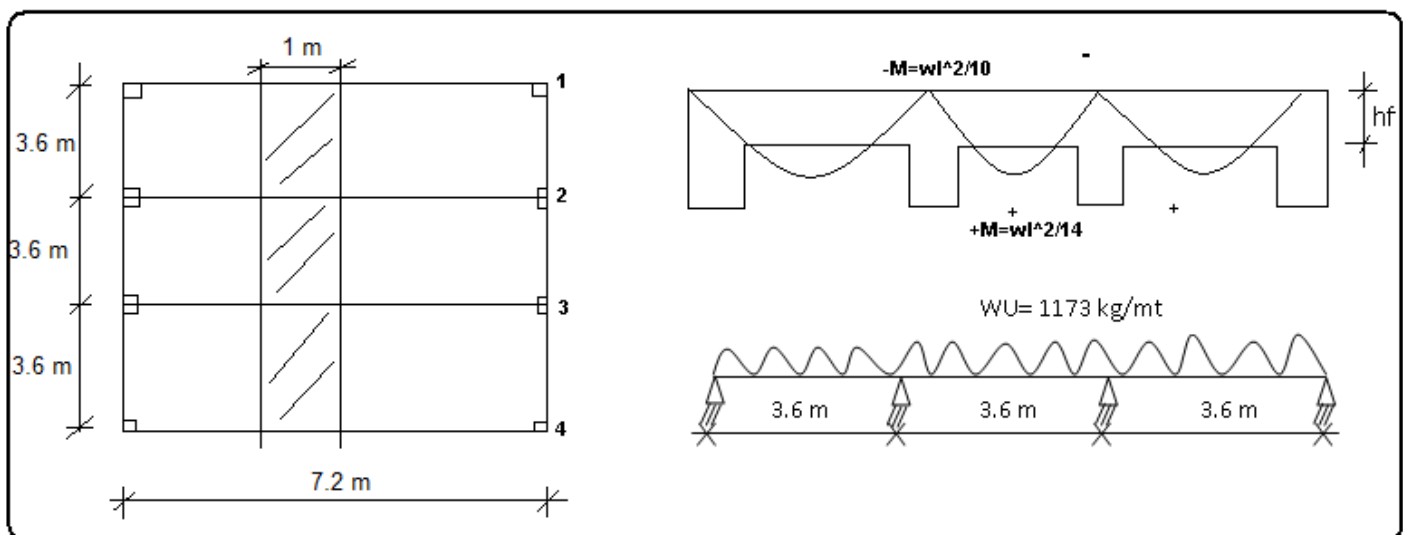
$$fy = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

$$hf = 15 \text{ cm}$$

#### Cargas Actuantes

$$CM = 440 \text{ Kg/m}^2$$

$$CV = 250 \text{ Kg/m}^2$$



- ✓ Inicialmente se debe comprobar si la losa trabaja en una dirección.

$$\frac{LM}{Lm} = \frac{7.20\text{m}}{3.60\text{m}} = 2 \geq 2 \Rightarrow \text{Losa unidireccional}$$

- ✓ Seguidamente se determina el valor de la carga última debidamente mayorada por la combinación de carga que se plantea.

$$Wu = 1.7 \text{ CM} + 1.7 \text{ CV} = (1.7 * 440 \text{ kg/m}^2 * 1\text{mt}) + (1.7 * 250 \text{ kg/m}^2 * 1\text{mt})$$

$$Wu = 1173 \text{ kg/mt}$$



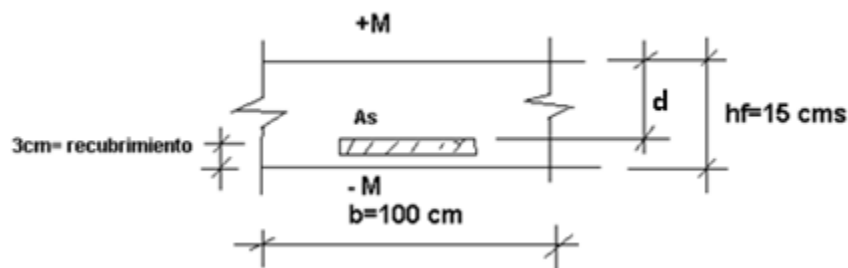
- ✓ Cálculos de momentos negativos y positivos.

$$-M = \frac{\left(1173 \frac{kg}{m}\right) (3.6m)^2}{10} = 1520.21 k \cdot \frac{m}{m}$$

$$+M = \frac{\left(1173 \frac{kg}{m}\right) (3.6m)^2}{14} = 1085.86 k \cdot \frac{m}{m}$$

- ✓ Cálculo del acero de refuerzo para las correspondientes deflexiones.

$$As = \frac{Mu}{\phi \times fy \times 0.9 \times d}$$



$$As^- = \frac{(1520.21 kg \cdot m * \frac{100cm}{m}) / m}{0.90^2 * 2800 \frac{kg^2}{cm} * 12 cm}$$

$$As^+ = \frac{(1085.86 kg \cdot m * \frac{100cm}{m}) / m}{0.90^2 * 2800 \frac{kg^2}{cm} * 12 cm}$$

$$As^- = 5.59 \frac{cm^2}{m}$$

$$As^+ = 4 cm^2$$



- ✓ Proponer acero a usar. En general se usa para losa acero # 4 y # 5

$$As^- = 5.59 \frac{cm^2}{m} \Rightarrow 5 \# 4 = 6.35 cm^2 / m$$
$$\Rightarrow 3 \# 5 = 6 cm^2 / m$$

- ✓ Definir las separaciones

$$\text{Separación (\# 4)} = \frac{100cm}{5} = 20 cm \Rightarrow \# 4 @ 0.20 m$$

$$S (\# 5) = \frac{100cm}{3} = 33 cm \Rightarrow \# 5 @ 0.33 m$$

$$As^+ = 4 cm^2$$
$$\Rightarrow 4 \# 4 = 5.16 cm^2 / m$$
$$\Rightarrow 2 \# 5 = 4 cm^2 / m$$

$$\text{Separación (\# 4)} = \frac{100cm}{4} = 25 cm \Rightarrow \# 4 @ 0.25 m$$

$$S (\# 5) = \frac{100cm}{2} = 50 cm \Rightarrow \# 5 @ 0.45 m$$

$$As \text{ min flexión} = \frac{0.70 * \sqrt{210 kg/cm^2} * 100 cm * 12 cm}{2800 kg/cm^2} = 4.35 cm^2 / m$$

$$As \text{ min flexión} = 4.35 cm^2 / m \Rightarrow 4 \# 4 = 5.16 cm^2 / m \# 4 @ 0.25 m$$

$$\text{Separación por flexión} = 3 * hf = 3 * 15 cm = 45 cm$$

### **Acero por temperatura (suele usarse # 3)**

$$As \text{ mín temp} = 0.002 * b * h = 0.002 * 100 cm * 15 cm = 3 cm^2 / m$$

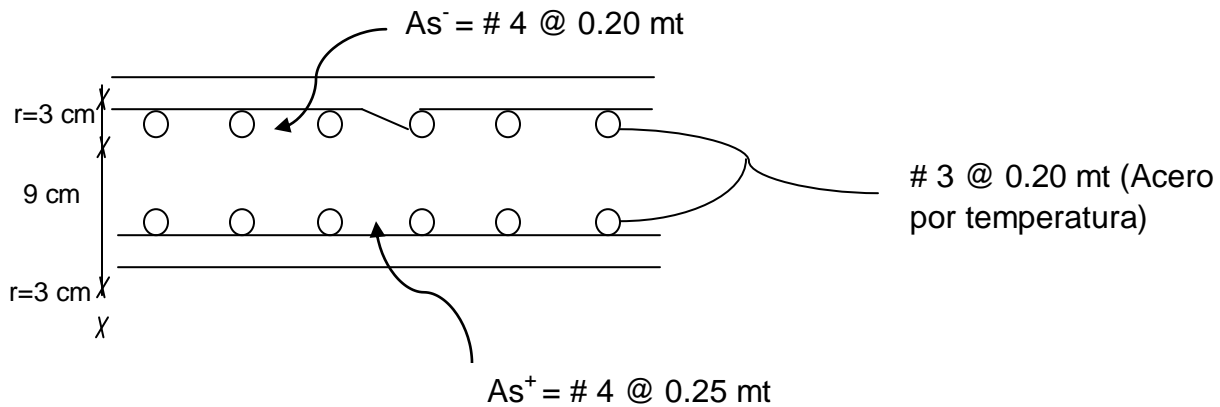
$$= 3 cm^2 \Rightarrow 5 \# 3 = 3.55 cm^2 / m \# 3 @ 0.20 mt.$$





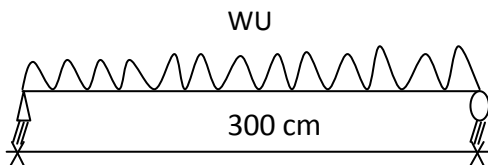
Separación por temperatura =  $5 * hf = 5 * 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm}$

**DETALLADO**



**Ejemplo 2 de LOSA UNI**

Diseñe una losa en una dirección para el interior de un edificio usando la información que se muestra en la figura.



Debe suponerse que la flexión es igual en ambas fibras. Es decir

$$M^+ = M^- \Rightarrow As^+ = As^-$$

**Datos de la sección**

$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$CV = 760 \text{ kg/m}^2$

$CM = 380 \text{ kg/m}^2$

$hf = 15 \text{ cm}$

$d = 12 \text{ cm}$

$Wu = 1.4 \text{ CM} + 1.7 \text{ CV}$

$Wu = [(1.4 * 380) + (1.7 * 760)] \text{ kg/m}^2 = 1824 \text{ kg/m}^2 * 1 \text{ m} = 1824 \text{ kg/m}$



$$M_u = \frac{(1824 \frac{\text{kg}}{\text{m}}) * (3 \text{ m})^2}{8} = 2052 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$A_s = \frac{(2052 \text{ kg} \cdot \text{m} * 100 \frac{\text{cm}}{\text{m}}) / \text{m}}{0.90^2 * 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 12 \text{ cm}} = \frac{205200}{40824} \text{ cm}^2 = 5.03 \text{ cm}^2$$

Proponer acero a usar: (Acero # 4 o Acero # 5 en general)

$$A_s^+ = A_s^- = 5.03 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \# 4 = 5.16 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Separación} = \frac{100 \text{ cm}}{4} = 25 \text{ cm} \Rightarrow \# 4 @ 0.25 \text{ m}$$

$$A_s \text{ min flexión} = \frac{0.70 * \sqrt{210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 100 \text{ cm} * 12 \text{ cm}}}{4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 2.89 \text{ cm}^2 < 5.03 \text{ cm}^2$$

$$\text{Separación por flexión} = 3 * h_f$$

$$= 3 * 15 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$$

### Acero por temperatura

Dado que se usa Acero de grado 60 ( $f_y = 60\,000 \text{ Psi} = 4200 \text{ kg/cm}^2$ )

$$A_s \text{ min temp} = 0.0018 * b * h = 0.0018 * 100 \text{ cm} * 15 \text{ cm}$$

$$= 2.7 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usar } 4 \# 3 @ 0.25 \text{ m} (2.84 \text{ cm}^2)$$

$$S = \frac{100 \text{ cm}}{4} = 25 \text{ cm}$$



### Separación por temperatura

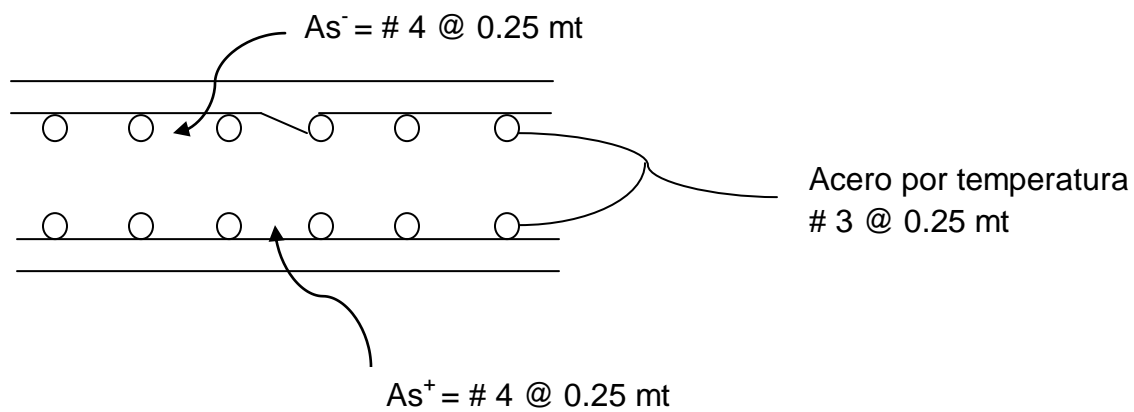
Se recomienda:

a)  $5 \cdot h_f = 5 \cdot 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm}$

b) 45 cm

La separación calculada debe ser menor que a y b.

### DETALLADO





## **UNIDAD III: Flexión y Carga Axial**

### **3.1 Compresión Axial**

Las columnas se definen como elementos que sostienen principalmente cargas a compresión. En general, las columnas también soportan momentos flectores con respecto a uno o a los dos ejes de la sección transversal y esta acción de flexión puede producir fuerzas de tensión sobre una parte de la sección transversal. Aun en estos casos, se hace referencia a las columnas como elementos a compresión puesto que las fuerzas de compresión dominan su comportamiento.

Se utilizan tres tipos de elementos a compresión de concreto reforzado:

1. Elementos reforzados con barras longitudinales y flejes transversales.
2. Elementos reforzados con barras longitudinales y espirales continuas.
3. Elementos compuestos a compresión reforzados longitudinalmente con perfiles de acero estructural o con tubos Jon o sin barras longitudinales adicionales, además de diferentes tipos de refuerzo transversal.

La relación del área de acero longitudinal  $A_s$ , al área de la sección transversal bruta de concreto  $A_g$  está en el intervalo de 0.01 a 0.08. El límite inferior es necesario para garantizar una resistencia a momentos flectores no tenidos en cuenta en el análisis y para reducir los efectos del flujo plástico y de la retracción de fraguado del concreto sometido a compresión sostenida. Relaciones mayores que 0.08 no son solamente antieconómicas, sino que producen dificultades relacionadas con la congestión del refuerzo, en particular en las zonas de empalme del acero. Se requiere un mínimo de cuatro barras longitudinales cuando éstas están encerradas por flejes rectangulares o circulares regularmente espaciados y



un mínimo de seis cuando las barras longitudinales están encerradas por una espiral continua.

Las columnas pueden dividirse en dos grandes categorías: las columnas cortas, en las cuales la resistencia se rige por la resistencia de los materiales y por la geometría de la sección transversal, y las columnas esbeltas en las cuales la resistencia puede reducirse en forma significativa por las deflexiones laterales.

Con base en la posición de la carga en la sección transversal se tienen dos casos:

- ✓ Carga P es concéntrica
- ✓ Carga P actúa a una distancia “e” (columna excéntrica).

### 3.2 Columnas Cargadas Axialmente

Con respecto al Código ACI, la **resistencia de diseño** útil de una columna cargada axialmente debe determinarse con la *Ecuación 3.1 y 3.2 según sea el caso*, con la introducción de coeficientes de reducción de resistencia. Los coeficientes del ACI son menores para columnas que para vigas; esto refleja la mayor importancia de las columnas en una estructura. En general, la falla de una viga afectará solamente una región de la estructura, mientras que la falla de una columna puede generar el colapso de la estructura completa. Además, estos coeficientes reflejan las diferencias en el comportamiento de columnas con flejes y de aquéllas reforzadas en espiral. Para columnas reforzadas en espiral se utiliza un coeficiente básico de 0.75 y para aquéllas con flejes o estribos es 0.65, en comparación con el valor de 0.90 para vigas.



El Código ACI establece una limitación adicional en la resistencia de las columnas con el fin de compensar excentricidades accidentales de cargas no tratadas en el análisis. Esto podría lograrse especificando una excentricidad mínima (como se hizo en ediciones previas al Código) o más directamente, con la determinación de un límite superior en la capacidad, menor que la resistencia calculada de diseño. Este límite superior se toma igual a 0.85 veces la resistencia de diseño para columnas reforzadas en espiral y 0.80 veces la resistencia calculada para las columnas con flejes.

Entonces, de acuerdo con el Código ACI, para columnas reforzadas en espiral con  $\Phi = 0.75$ .

$$\phi P_n(\text{máx}) = 0.85 * \phi * [0.85 * f'_c * (A_g - A_s) + (f_y * A_s)] \quad \text{Ecuación 3.1}$$

Para columnas con flejes con  $\Phi = 0.65$ .

$$\phi P_n(\text{máx}) = 0.80 * \phi * [0.85 * f'_c * (A_g - A_s) + (f_y * A_s)] \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Si  $\phi P_n < 0.10 * f'_c * A_g$ ; entonces  $\phi$  puede aumentarse hasta 0.90 y se trata como si fuese una viga.

### 3.3 Compresión más flexión de columnas rectangulares

En edificios y otras estructuras resulta muy raro encontrar elementos cargados axialmente, es decir, concéntricamente a compresión. Algunos componentes, como las columnas y los arcos, sostienen ante todo cargas a compresión pero casi siempre está presente una flexión simultánea. Los momentos flectores se producen por continuidad, es decir, por el hecho de que las columnas son partes de pórticos monolíticos en los cuales los momentos en los apoyos de las vigas son resistidos en parte por las



columnas de soporte, también bajo condiciones de cargas horizontales como fuerzas de viento, y frente a cargas aplicadas en forma excéntrica en ménsulas de columnas o en arcos donde el eje del arco no coincide con la línea de presión. Aún cuando los cálculos de diseño demuestren que un elemento está cargado axialmente, las imperfecciones inevitables de la construcción causarán excentricidades y la consecuente flexión en el elemento construido. Por esta razón, los elementos que deben diseñarse para compresión y flexión simultáneas son muy frecuentes en casi todos los tipos de estructuras de concreto.

Cuando un elemento está sometido a una compresión axial  $P$  combinada con un momento flector  $M$ , como en la figura 3.1a, por lo general es conveniente reemplazar la carga axial y el momento flector por una carga equivalente de igual magnitud  $P$  aplicada con una excentricidad  $e = M/P$ , como en la Figura 3.1b. Las dos situaciones de carga son estáticamente equivalentes.

Todas las columnas pueden entonces clasificarse en términos de la excentricidad equivalente.

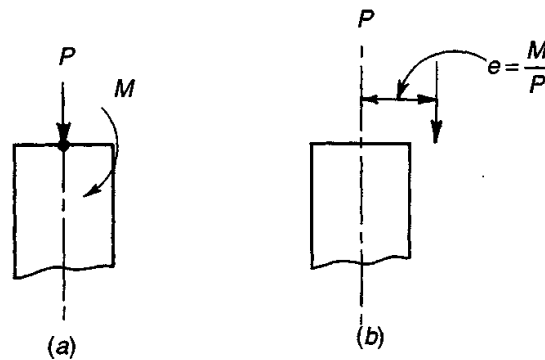
- ✓ Aquéllas con un valor de  $e$  relativamente pequeño se caracterizan en general por una compresión a lo largo de toda la sección de concreto y, si se sobrecargan, fallarán por aplastamiento del concreto junto con una fluencia del acero a compresión en el lado más cargado.
- ✓ Las columnas con excentricidades grandes se someten a tensión sobre, al menos, una parte de la sección y, cuando se sobrecargan, pueden fallar por fluencia del acero a tensión en el lado más alejado de la carga.



Para las columnas, los estados de carga previos al estado último por lo general no son de importancia. El agrietamiento del concreto, aun para columnas con excentricidades grandes, no es en general un problema serio y las deflexiones laterales para cargas de servicio rara vez son un factor digno de tener en cuenta. El diseño de columnas se basa, entonces, en el estado de sobrecargas mayoradas, para el cual la resistencia requerida no debe exceder, como de costumbre, la resistencia de diseño, es decir:

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$\phi P_n \geq P_u$$



**Figura 3.1**

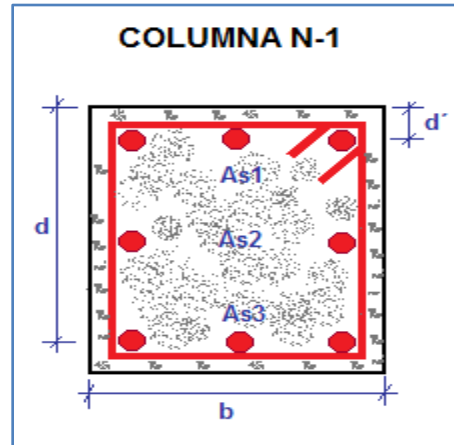
Las excentricidades pequeñas producirán falla regida por compresión del concreto, mientras que las grandes llevarán a una falla iniciada por la fluencia del acero a tensión.





**Ejemplo 1**

Resistencia de columnas cargadas excéntricamente. Carga axial y flexión (Pu ^ Mu)



**Características de los materiales y sección**

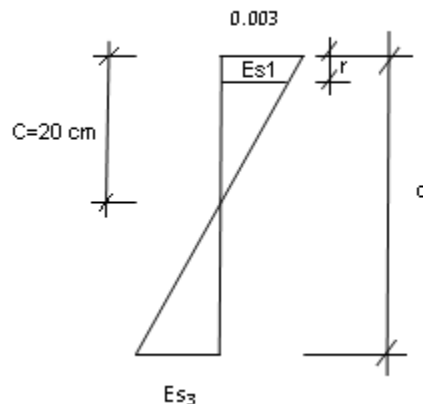
- |                                     |                     |                             |
|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------|
| $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$          | $d=35 \text{ cm}$   | $Mu=10.35 \text{ ton*m}$    |
| $f_y=2800 \text{ Kg/cm}^2$          | $h=40 \text{ cm}$   | $Pu=45.42 \text{ ton}$      |
| $A_{s1} = A_{s3}=8.55 \text{ cm}^2$ | $d'=r=5 \text{ cm}$ | $e_{dada}= 0.23 \text{ mt}$ |
| $A_{s2} = 5.70 \text{ cm}^2$        | $b=40 \text{ cm}$   |                             |
| $\emptyset= 0.65$ (estribos)        |                     |                             |

Se sabe que la Resistencia de la columna depende en primera instancia de la profundidad del eje neutrón “C”. Dicho valor de “C” debe producir:  $e_{dada} = e_{calculada}$

Calcular “C” mediante el método de tanteo.

**Tanteo #1**

$C_1 = 20 \text{ cm}$



$$\frac{0.003}{20} = \frac{Es_1}{20 - 5}$$

$$Es_1 = 0.00225 > Ey = 0.0014$$

Acero fluye  $\Rightarrow fs_1 = fy = 2800 \text{ kg/cm}^2$

$$Cs_1 = fs_1 * As_1 = 23.94 \text{ ton}$$

$$\frac{0.003}{20} = \frac{Es_3}{35 - 20}$$

Por lo tanto  $Es_3 = 0.00225 > Ey$

$$Cs_3 = T = 23.94 \text{ ton}$$

$Cs_2 = 0$  (Ya que el eje neutro pasa por  $As_2$ )

$Cc = 0.85 * f'_c * a * b$  por lo tanto  $a = \beta * C \wedge \beta = 0.85$

$$Cc = 0.85^2 * 210 \text{ kg/cm}^2 * 20 \text{ cm} * 40 \text{ cm} = 121.38 \text{ ton}$$

$$\phi P_n = \phi [C_c + C_{s_1} + C_{s_2} - T] = 0.65 * [121.38 + 23.94 + 0 - 23.94] = 78.90 \text{ Ton}$$

$$\phi M_n = \phi \left\{ \left[ C_{s_1} * \left( \frac{h}{2} - d' \right) \right] + \left[ C_c * \left( \frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) \right] + \left[ T * \left( d - \frac{h}{2} \right) \right] \right\}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{(\beta * c)}{2}$$

**Nota:** El momento se obtiene respecto al centroide geométrico.



$$\phi M_n = 0.65 \{ [23.94 * (0.20 - 0.05) ] + [121.38 * (0.20 - 0.085) ] + [23.94 * (0.35 - 0.20) ] \}$$

$$\phi M_n = 0.65 * (3.591 + 13.96 + 3.591) \text{Ton} * \text{mt}$$

$$\phi M_n = 13.74$$

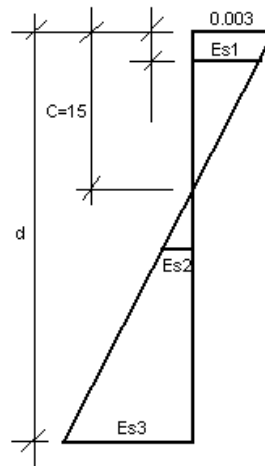
$$e_{cal} = \frac{\phi M_n}{\phi P_n}$$

$$e_{cal} = \frac{13.74 \text{ Ton.m}}{78.90 \text{ Ton}} = 0.17 \text{ mt} < e_{dada} = 0.23$$

Razonamiento: En vista que  $e_{calculada} < e_{dada}$ , entonces se debe disminuir el valor de "C".

### Tanteo #2

$$C_2 = 15 \text{ cm}$$



$$E_{s1} = 0.0020 > E_y = 0.0014$$

$$F_{s1} = f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Fluye)}$$

$$C_{s1} = 23.94 \text{ Ton}$$

$$\frac{0.003}{15} = \frac{E_{s2}}{20 - 15}$$

$$E_{s2} = 0.0010$$



$$f_{s2} = 0.0010 * 2 \text{ E } 6 \text{ Kg/cm}^2 = 2000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C_{s2} = \frac{2000 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} * 5.70 \text{ cm}^2}{1000 \frac{\text{Kg}}{\text{ton}}} = 11.40 \text{ Ton}$$

$$T = 23.94 \text{ Ton}$$

$$C_c = 91.04 \text{ Ton}$$

$$\emptyset P_n = 51.76 \text{ Ton} \wedge \emptyset M_n = 12.73 \text{ Ton} * m$$

$$e_{\text{calc}} = 0.25 \text{ mt} > e_{\text{dada}} = 0.23 \text{ mt}$$

Significa que la profundidad del eje neutro propuesta es menor a la real por lo que se debe aumentar el valor de "C" para disminuir  $e_{\text{calculada}}$

La profundidad deseada esta entre  $C_1 = 20 \text{ cm} \wedge C_2 = 15 \text{ cm}$

Por ende se procede a interpolar:

$$C_1 = 20 \text{ cm} \quad 0.17 \text{ mt}$$

$$X \quad 0.23 \text{ mt}$$

$$C_2 = 15 \text{ cm} \quad 0.25 \text{ mt}$$

$$5 \text{ cm} \quad (-0.08)$$

$$(20-x) \quad (-0.06)$$

$$-0.3 = -1.6 + 0.08x$$

$$-0.3 + 1.6 = 0.08x$$

$$X = 16.25 \text{ cm}$$

### Tanteo #3

$$C_3 = 16 \text{ cm}$$

$$C_{s1} = 23.94 \text{ Ton}$$

$$C_{s2} = 8.55 \text{ Ton}$$

$$C_{s3} = T = 23.94 \text{ Ton}$$



$Cc=97.10$  Ton

$$\varnothing Pn = 0.65[97.10 + 23.94 - 8.55 - 23.94] = 57.56 \text{ Ton}$$

$$\varnothing Mn = 0.65[(23.94 * 0.15) + (23.94 * 0.15) + (97.10 * 0.132)]$$

$$= 0.65 * (3.591 + 3.591 + 12.82) \text{ Ton} * m$$

$$= 13 \text{ Ton} * m$$

$$ecal = \frac{13 \text{ ton} * m}{57.56 \text{ Ton}} = 0.23 \text{ mt} = e \text{ dada} = 0.23 \text{ mt}$$



## **UNIDAD IV: FLEXIÓN Y CORTANTE**

### **Generalidades**

La subestructura o cimentación es aquella parte de la estructura que se coloca generalmente por debajo de la superficie del terreno y que transmite las cargas al suelo o roca subyacentes. Todos los suelos se comprimen al someterlos a cargas y causan asentamientos en la estructura soportada. Los dos requisitos esenciales en el diseño de cimentaciones son: que el asentamiento total de la estructura esté limitado a una cantidad tolerablemente pequeña y que, en lo posible, el asentamiento diferencial de las distintas partes de la estructura se elimine. Con respecto al posible daño estructural, la eliminación de los asentamientos distintos dentro de la misma estructura es incluso más importante que los límites impuestos sobre el asentamiento uniforme global.

Para limitar los asentamientos de la manera indicada, es necesario primero transmitir la carga de la estructura hasta un estrato de suelo que tenga la resistencia suficiente, y segundo distribuir la carga sobre un área suficientemente grande de este estrato para minimizar las presiones de contacto. Si no se encuentran suelos adecuados justo debajo de la estructura, es necesario recurrir a cimentaciones profundas como pilotes o pilas para transmitir la carga hasta estratos más profundos y de mayor firmeza. Si existe un suelo satisfactorio inmediatamente debajo de la estructura, es suficiente distribuir la carga mediante zapatas u otros medios. Estas subestructuras se conocen como cimentaciones superficiales.

Las zapatas superficiales pueden clasificarse como zapatas para muros y zapatas para columnas. Las zapatas para columnas individuales por lo



general son cuadradas, algunas veces rectangulares, y representan el tipo de cimentación más sencillo y económico. Su utilización para columnas exterior tiene algunas dificultades si los derechos de propiedad impiden la utilización de zapatas que se extiendan más allá de los muros exteriores. En este caso, se utilizan zapatas combinadas o zapatas amarradas para permitir el diseño de una zapata que no se extienda más allá del muro o columna. Las zapatas combinadas para dos o más columnas se utilizan también para columnas interiores con cargas considerables y poco espaciadas entre sí, donde las zapatas individuales, si se hicieran, quedarían casi o totalmente traslapadas.

### ***Zapatas Combinadas***

Las zapatas superficiales que sostienen más de una columna o muro se conocen como zapatas combinadas. Éstas pueden dividirse en dos categorías: aquellas que soportan dos columnas y las que sostienen más de dos columnas (en general una cantidad grande). Las zapatas para dos columnas se hacen necesarias en las siguientes situaciones: cuando las columnas están tan cerca del límite de la propiedad que no se pueden construir zapatas individuales sin sobrepasar este límite, y cuando algunas columnas adyacentes están tan cerca entre sí que sus zapatas se traslapan.

Es aconsejable diseñar las zapatas combinadas de modo que el centroide del área de la zapata coincide con la resultante de las cargas de las dos columnas. Esto produce una presión de contacto uniforme sobre la totalidad del área y evita la tendencia a la inclinación de la zapata. Vistas en planta, estas zapatas son rectangulares, trapezoidales o en forma de T, y los detalles de su forma se acomodan para que coincidan su centroide y el de la resultante. Las relaciones sencillas de la figura de abajo, facilitan



la determinación de la forma del área de contacto. En general, las distancias  $m$  y  $n$  están dadas, siendo la primera la distancia desde el centro de la columna exterior hasta el límite de la propiedad y la segunda la distancia desde esta columna hasta la resultante de las cargas de las dos columnas.

