UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

APUNTES DE

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

ARTURO REYES ESPINOZA
CATEDRATICO

ENERO DEL 2010

INDICE

UNIDAD I

UNIDAD II
POTENCIAL ELECTRICO

UNIDAD III
CAPACITANCIA

UNIDAD III
CAPACITANCIA

3.1. Introducción.
3.2. Definición.
3.3. Calculo de la Capacitancia en Diferentes Configuraciones.

UNIDAD IV
ELECTRODINAMICA

UNIDAD V
ELECTROMAGNETISMO

UNIDAD VI
INDUCTANCIA

BIBLIOGRAFIA

- Física,
  Serway,
  Mc Graw-Hill,
  Tercera Edición,
  Tomo II.

- Física, Conceptos y aplicaciones,
  Tippens,
  Mc Graw-Hill,
  Tercera Edición.

- Física con aplicaciones,
  Wilson
  Mc Graw-Hill,
  Segunda Edición.

- Física,
  Paul A. Tipler,
  Edit. Reverté, S. A.

- Física General,
  Sears/Zemansky,
  Addison Wesley

1.1. Introducción

La palabra estática significa ?en reposo? y la electricidad puede encontrarse en reposo. Cuando se frotan ciertos materiales entre sí, la fricción causa una transferencia de electrones de un material al otro. Un material puede perder electrones en tanto otro los ganará. Alrededor de cada uno de estos materiales existirá un campo electrostático y un diferencia de potencial, entre los materiales de diferentes cargas. Un material que gana electrones se carga negativamente, y uno que entrega electrones se carga positivamente.

Una de las leyes básicas de la electricidad es :

Los cuerpos con cargas diferentes se atraen.
Los cuerpos con cargas semejantes se repelen.

El campo eléctrico invisible de fuerza que existe alrededor de un cuerpo cargado, puede detectarse con un electroscopio.
Por lo tanto llamaremos electricidad al movimiento de electrones.

Electrostática. Estudio de la electricidad en reposo.

Ionización. La capacidad de desprender un electrón. Cargas iguales se repelen. Cargar es ionizar.

1.2. Sistema de unidades

Hay dos grandes sistemas de unidades en el mundo actualmente : el sistema inglés y el sistema métrico.

El sistema métrico.

La necesidad de contar con un sistema más uniforme y adecuado de unidades condujo al desarrollo del sistema métrico, que se emplea hoy en la mayor parte de los países del mundo.

El metro fue asignado a la unidad de longitud. Ese vocablo se tomó de la palabra griega metron, que significa ?medida?. El metro se definió inicialmente como la diezmillonésima parte de la distancia entre el Polo Norte y el Ecuador a lo largo de un meridiano que pasaba por Francia.

Tabla 1.1. Prefijos del sitema métrico

Prefijo (abreviatura)	Valor	Significado
exa (E)	10^{18}	Multiplicado por un millón de billones
peta (P)	10^{15}	Multiplicado por mil billones
tera (T)	10^{12}	Multiplicado por un billón
giga (G)	10^{9}	Multiplicado por mil millones
mega (M)	10^{6}	Multiplicado por un millón
kilo (k)	10^{3}	Multiplicado por mil
hecto (h)	10^{2}	Multiplicado por cien
deka (da)	10	Multiplicado por diez
deci (d)	10^{-1}	Un décimo de
centi (c)	10^{-2}	Un centésimo de
milli (m)	10^{-3}	Un milésimo de
micro (μ)	10^{-6}	Un millonésimo de
nano (n)	10^{-9}	Un mil millonésimo de
pico (p)	10^{-12}	Un billonésimo de
femto (f)	10^{-15}	Un mil billonésimo de
atto (a)	10^{-18}	Un millón millonésimo de

La unidad de carga en el SI de unidades es el coulomb (C). El coulomb se define en términos de la unidad de corriente llamada ampere (A), donde la corriente es igual a la rapidez de flujo de carga.

En el sistema métrico, una unidad de la intensidad del campo eléctrico es el newton por coulomb (N/C). La utilidad de esta definición descansa en el hecho de que si se conoce el campo en un punto dado, puede predecirse la fuerza que actuará sobre cualquier carga colocada en dicho punto.

La dirección (y sentido) de la intensidad del campo eléctrico E en un punto del espacio, es la misma que la dirección (y sentido) en la cual una carga positiva se movería si fuera colocada en dicho punto.

1.3. Carga eléctrica y sus propiedades

Es posible llevar a cabo cierto número de experimentos para demostrat la existencia de fuerzas y cargas eléctricas. Por ejemplo, si frotamos un peine contra nuestro pelo, se observará que aquél atraerá pedacitos de papel. A menudo la fuerza de atracción es lo suficientemente fuerte como para mantener suspendidos los pedacitos de papel. El mismo efecto ocurre al frotar otros materiales, tales como vidrio o el caucho.

En una sucesión sistemática de experimentos un tanto simples, se encuentra que existen dos tipos de cargas eléctricas a las cuales Benjamin Franklin les dio el nombre de positiva y negativa.

Para demostrar este hecho, considérese que se frota una barra dura de caucho contra una piel y a continuación se suspende de un hilo no metálico, como se muestra en la fig. 1.1. Cuando una barra de vidrio frotada con una tela de seda se acerca a la barra de

caucho, ésta será atraída hacia la barra de vidrio. Por otro lado, si dos barras de caucho cargadas (o bien dos barras de vidrio cargadas) se aproximan una a la otra, como se muestra en figura 1.1.b., la fuerza entre ellas será de repulsión. Esta observación demuestra que el caucho y el vidrio se encuentran en dos estados de electrificación diferentes. Con base en estas observaciones, podemos concluir que cargas iguales se repelen y cargas diferentes se atraen.

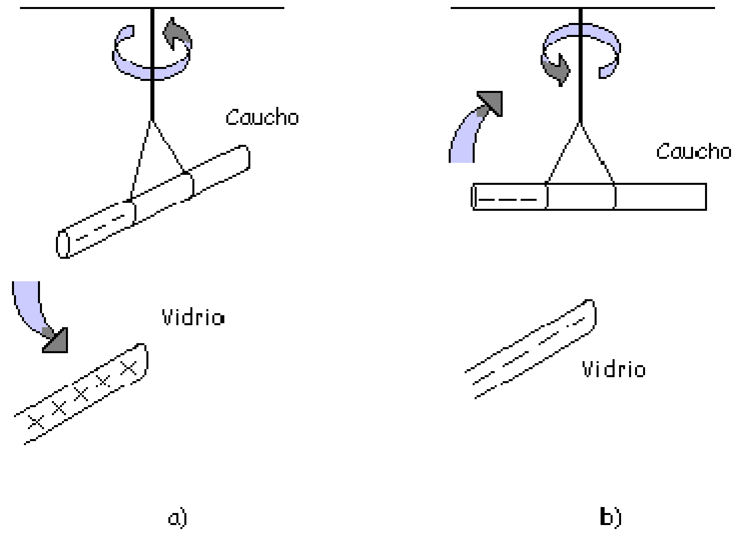


Figura 1.1. a). La barra de caucho cargada negativamente, suspendida por un hilo, es atraída hacia la barra de vidrio cargada positivamente. b). La barra de caucho cargada negativamente es repelida por otra barra de caucho cargada negativamente.

Otro aspecto importante del modelo de Franklin de la electricidad es la implicación de que la carga eléctrica siempre se conserva. Esto es, cuando se frota un cuerpo contra otro no se crea carga en el proceso. El estado de electrificación se debe a la transferencia de carga de un cuerpo a otro. Por lo tanto, un cuerpo gana cierta cantidad de carga negativa mientras que el otro gana la misma cantidad de carga positiva.

En 1909, Robert Millikan (1886-1953) demostró que la carga eléctrica siempre se presenta como algún múltiplo entero de alguna unidad fundamental de carga e. En términos modernos, se dice que la carga q está cuantizada. Esto es, la carga eléctrica existe como paquetes discretos. Entonces, podemos escribir $q=Ne$, Donde N es algún entero. Otros experimentos en el mismo periodo demostraron que el electrón tiene una carga de -e y que el protón una carga igual y opuesta de +e. Algunas partículas elementales, como el neutrón, no tienen carga. Un átomo neutro debe contener el mismo número de protones que electrones.

Las fuerzas eléctricas entre objetos cargados fueron medidas por Coulomb utilizando la balanza de torsión, diseñada por él. Por medio de este aparato, Coulomb confirmó que la fuerza eléctrica entre dos pequeñas esferas cargadas es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia que las separa, es decir, $F \propto 1/r^2$.

El principio de operación de la balanza de torsión es el mismo que el del aparato usado por Cavendish para medir la constate de gravitación, remplazando masas por esferas cargadas. La fuerza eléctrica entre las esferas cargadas produce una torsión en la fibra de suspensión. Como el momento de una fuerza de restitución de la fibra es proporcional al ángulo que describe al girar, una medida de este ángulo proporciona una medida cuantitativa de la fuerza eléctrica de atracción o repulsión. Si las esferas se cargan por frotamiento, la fuerza eléctrica entre las esferas es muy grande comparada con la atracción gravitacional; por lo que se desprecia la fuerza gravitacional.

Por lo tanto, se concluye que la carga eléctrica tiene las importantes propiedades siguientes :

1. Existen dos clases de cargas en la naturaleza, con la propiedad de que cargas diferentes se atraen y cargas iguales se repelen.

2. La fuerza entre cargas varía con el inverso del cuadrado de la distancia que las separa.

3. La carga se conserva.

4. La carga está cuantizada.

1.4. Ley de Gauss

Flujo eléctrico. Es la medida del número de líneas de campo que atraviesan cierta superficie. Cuando la superficie que está siendo atravesada encierra alguna carga neta, el número total de líneas que pasan a través de tal superficie es proporcional a la carga neta que está en el interior de ella. El número de líneas que se cuenten es independiente de la forma de la superficie que encierre a la carga. Esencialmente, éste es un enunciado de la ley de Gauss.

La relación general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (conocida también como superficie gaussiana) y la carga neta encerrada por esa superficie, es conocida como ley de Gauss, es de fundamental importancia en el estudio de los campos eléctricos.

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie gaussiana cerrada es igual a la carga neta que se encuentra dentro de ella, dividida por E0.

La selección de Eo como la constante de proporcionalidad ha dado por resultado que el número total de líneas que cruzan normalmente a través de una superficie cerrada de Gauss es numéricamente igual a la carga contenida dentro de la misma.

Ejemplo 1.1.

Calcule la intensidad del campo eléctrico a una distancia r de una placa infinita de carga positiva, como se muesta en la figura 1.2.

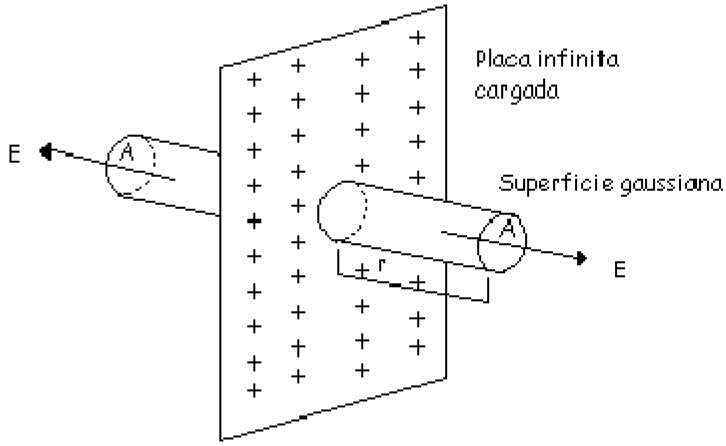


Fig.1.2. Cálculo del campo fuera de una lámina o placa delgada cargada positivamente

Solucion.

La resolución de problemas en donde se aplica la ley de Gauss suele requerir la construcción de una superficie imaginaria de forma geométrica simple, por ejemplo, una esfera o un cilindro. A estas superficies se les llama superficies gaussianas. En este ejemplo, se imagina una superficie cilindrica cerrada que penetra en la placa de carga positiva de tal modo que se proyecta a una distancia r sobre cada lado de la placa delgada. El área A en cada extremo del cilindro es la misma que el área corta sobre la placa de carga. Por tanto, la carga total contenida dentro del cilindro es

$$\Sigma q = \sigma A$$

donde ð representa la densidad superficial de carga. Debido a la simetría, la intensidad del campo E resultante debe estar dirigida

perpendicularmente a la placa de carga en cualquier punto cerca de la misma. Esto significa que las líneas del campo no penetrarán la superficie lateral del cilindro, y los dos extremos de área A representarán el área total por las que penetran las líneas del campo. De la ley de Gauss,

$$\Sigma \epsilon_0 E_n A = \Sigma q$$
$$\epsilon_0 EA + \epsilon_0 EA = \sigma A$$
$$2 \epsilon_0 EA = \sigma A$$
$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

Nótese que la intensidad del campo E es independiente de la distancia r de la placa. Antes de que se suponga que el ejemplo de una placa infinita de carga es impráctico, debe señalarse que el sentido práctico, ?infinito? implica solamente que las dimensiones de la placa están más allá del punto de interacción eléctrica

1.5. Ley de Coulomb

En 1785, Coulomb estableció la ley fundamental de la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas estacionarias. Los experimentos muestran que la fuerza eléctrica tiene las siguientes propiedades :

La fuerza es inversamente proporcional al inverso del cuadrado de la distancia de separación r entre las dos partículas, medida a lo largo de la línea recta que las une.

La fuerza es proporcional al producto de las cargas q1 y q2 de las dos partículas.

La fuerza es atractiva si las cargas son de signos opuestos, y repulsiva si las cargas son del mismo signo. A partir de estas observaciones podemos expresar la fuerza eléctrica entre las dos cargas como:

Ley de Coulomb de las fuerzas electrostáticas :

$$F = \frac{k\ |q1|\ |q2|}{r^2}$$

donde k es una constante conocida como constante de Coulomb. En sus experimentos, Coulomb, pudo demostrar que el exponente de r era 2, con sólo un pequeño porcentaje de incertidumbre. Los experimentos modernos han demostrado que esl exponente es 2 con un presión de algunas partes en 109.

La constante de coulomb k en el SI de unidades tiene un valor de :

$$k = 8.9875 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2$$

La ley de Newton predice la fuerza mutua que existe entre dos masas separadas por una distancia r; la ley de Coulomb trata con la fuerza electrostática. Al aplicar estas leyes se encuentra que es útil desarrollar ciertas propiedades del espacio que rodea a las masas o a las cargas.

Ejemplo 1.2. el átomo de hidrógeno.

El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados en promedio por una distancia aproximada de $3.5X10^{-11}$m. Calcúlese la magnitud de la fuerza eléctrica y de la fuerza gravitacional entre las dos partículas.

Solución.

De la ley de Coulomb, podemos determinar que la fuerza de atracción eléctrica tiene una magnitud de

$$F_e = k\frac{|e|^2}{r^2} = 9.0x10^9\,\frac{N \bullet m^2}{C^2}\,\frac{\left(1.6X10^{-19}C\right)^2}{\left(5.3X10^{-11}m\right)^2}$$
$$= 8.2X10^{-8}N$$

Usando la ley de la gravitación universal de Newton y la tabla 1.2 encontramos que la fuerza gravitacional tiene una magnitud de

$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$
$$= \left(6.7X10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)X\frac{(9.11X10^{-31}kg)(1.67X10^{-27}kg)}{(5.3X10^{-11}m)^2}$$
$$= 3.6X10^{-47}N$$

La razón $F_{\partial}/F_g \approx 3X10^{39}$ por lo tanto, la fuerza gravitacional entre partículas atómicas es despreciable comparada con la fuerza eléctrica entre ellas.

Partícula	Carga (C)	Masa (Kg)
Electrón (e)	$-1.6021917X10^{-19}$	$9.1095X10^{-31}$
Protón (p)	$+1.60221917X10^{-19}$	$1.67261X10^{-27}$
Neutrón (n)	0	$1.67492X10^{-27}$

Tabla 1.2. Carga y masa del electrón, protón y neutrón.

1.6. Campo eléctrico

Definición de campo eléctrico

Tanto la fuerza eléctrica como la gravitacional son ejemplos de fuerza de acción a distancia que resultan extremadamente difíciles de visualizar. A fin de resolver este hecho, los físicos de antaño postularon la existencia de un material invisible llamado éter, que se suponía llenaba todo el espacio.

De este modo ellos podían explicarse la fuerza de atracción gravitacional, que rodea todas las masas. Un campo de este tipo puede decirse que existe en cualquier región del espacio donde una masa testigo o de prueba experimentará una fuerza gravitacional. La intensidad del campo en cualquier punto sería proporcional a la fuerza que experimenta cierta masa dada en dicho punto. Por ejemplo, en cualquier punto cercano a la Tierra, el campo gravitacional podría representarse cuantitativamente por :

$g = F/m$

donde :

g = aceleración gravitacional debida a la fuerza de gravedad
F = fuerza gravitacional
m = masa testigo o de prueba

El concepto de un campo también puede aplicarse a objetos cargados eléctricamente. El espacio que rodea un objeto cargado se altera por la presencia de un campo eléctrico en ese espacio.

Se dice que un campo eléctrico existe en una región del espacio en la que una carga eléctrica experimente una fuerza eléctrica.

Esta definición suministra una prueba para la existencia de un campo eléctrico. Simplemente se coloca una carga en el punto en cuestión. Si se observa una fuerza eléctrica, en ese punto existe un campo eléctrico.

De la misma manera que la fuerza por unidad de masa proporciona una definición cuantitativa de un campo gravitacional, la intensidad de un campo eléctrico puede representarse mediante la fuerza por unidad de carga. Se define la intensidad del campo eléctrico E en un punto en términos de la fuerza F experimentada por una carga positiva pequeña +q cuando se coloca en dicho punto. La magnitud de la intensidad del campo eléctrico es dada por :

$$E = \frac{F}{q}$$

Líneas de campo eléctrico.

Una ayuda conveniente para visualizar los patrones del campo eléctrico es trazar líneas en la misma dirección que el vector de campo eléctrico en varios puntos. Estas líneas se conocen como líneas del campo eléctrico y están relacionadas con el campo eléctrico en alguna región del espacio de la siguiente manera :

El vector campo eléctrico E es tangente a la línea de campo eléctrico en cada punto.

El número de líneas por unidad de área que pasan por una superficie perpendicular a las líneas de campo es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en esa región. En consecuencia, E es grande cuando las líneas están muy próximas entre sí, y es pequeño cuando están separadas.

Estas propiedades se ven en la figura 1.3. La densidad de líneas a través de la superficie A es mayor que la densidad de líneas a través de la superficié B. Por lo tanto, el campo eléctrico es más intenso en la superficie A que en la superficié B. Además, el campo que se observa en la figura no es uniforme ya que las líneas en ubicaciones diferentes apuntan hacia direcciones diferentes.

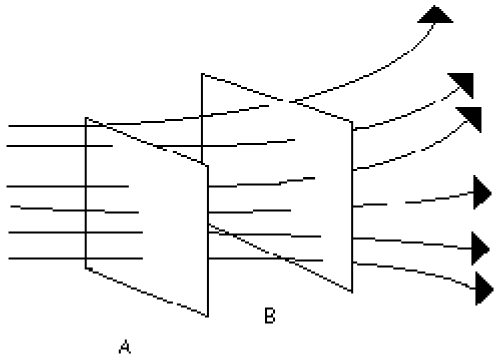


Figura 1.3. Líneas de campo eléctrico que penetran dos superficies. La magnitud del campo es mayor en la superficie A que en la B.

Algunas líneas representativas del campo eléctrico para una partícula puntual positiva se aprecian en la figura 1.4a. Obsérvese que en los dibujos bidimensionales sólo se muestran las líneas del campo que están en el plano que contiene a la carga. Las líneas están dirigidas radialmente hacia afuera de la carga en todas direcciones. Dado que la carga de prueba es positiva, al ser colocada en este campo, sería repelida por la carga q, por lo que las líneas están radialmente dirigidas hacia afuera desde la carga positiva. En forma similar, las líneas de campo eléctrico de una carga negativa puntual están dirigidas hacia la carga (Figura 1.4b). En cualquiera de los casos las líneas siguen la dirección radial y se prolongan al infinito. Nótese que las líneas se juntan más cuando están más cerca de la carga, lo cual inidca que la intensidad del campo se incrementa al acercarse a la carga.

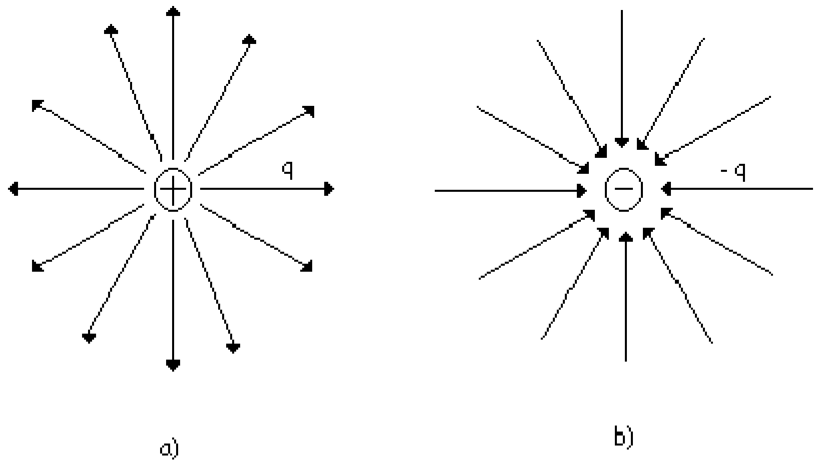


Figura 1.4.

Las reglas para trazar las líneas de campo eléctrico de cualquier distribución de carga son las siguientes :

1. Las líneas deben partir de cargas positivas y terminar en las cargas negativas, o bien en el infinito en el caso de un exceso de carga.

2. El número de líneas que partan dela carga positiva o lleguen a la negativa es proporcional a la magnitud de la carga.

3. Dos líneas de campo no puede cruzarse.

Ejemplo 1.3. Campo eléctrico debido a dos cargas.

La carga q1=7μ C está colocada en el origen y una segunda carga q2=-5μ C está colocada sobre el eje x a 0.3m del origen (Fig. 1.5). Determine el campo eléctrico en un punto P con coordenadas (0,0.4)m.

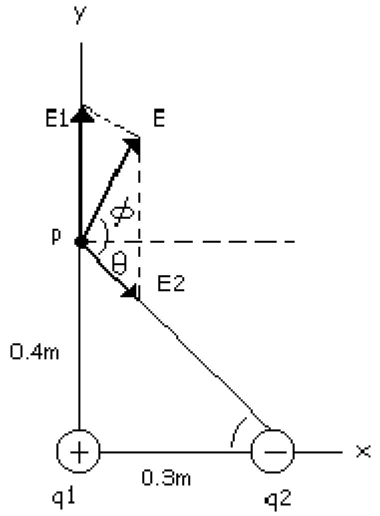


Figura 1.5. El campo eléctrico total E en P es igual la suma vectorial E1+E2, donde E1es el campo debido a la carga positiva q1 y E2 es el campo debido a la carga negativa q2.

Solución.

Primero, encontremos las magnitudes de los campos eléctricos debidos a cada una de las cargas. El campo eléctrico E1 debidoa la carga de 7 μ C y el campo eléctrico E2 debido a la carga de -5μ C en el punto P se muestran en la fig. 1.5. Sus magnitudes están dadas por

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = \left(9.0X10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)\frac{(7X10^{-6}C)}{(0.4m)^2}$$
$$= 3.94X10^5 N/C$$
$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = \left(9.0X10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)\frac{(5X10^{-6}C)}{(0.5m)^2}$$
$$= 1.8X10^5 N/C$$

El vector E1 sólo tiene componente y. El vector E2 tiene una componente x dada por E2 cos Ø = 3/5 E2 y una componente y

negativa dada por -E2 sen Ø = -4/5 E2. Por lo tanto, los vectores se pueden expresar como

$$E_1 = 3.94X10^5 j\, N/C$$

$$E_2 = \left(1.1X10^5 i - 1.4X10^5 j\right) N/C$$

El campo resultante E en P es la superposición de E1 y E2 :

$$E = E_1 + E_2 = \left(1.1X10^5 i + 2.5X10^5 j\right) N/C$$

De este resultado, podemos encontrar que E tiene una magnitud de

$2.7X10^5 N/C$

y hace un ángulo Ø de 66° con el eje positivo de las x.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

UNIDAD II

POTENCIAL ELECTRICO

2.2. Definiciones

- **Energía de potencial eléctrico.**

La eneregía de potencial del sistema es igual al trabajo realizado en contra de las fuerzas eléctricas al mover la carga +q desde el infinito a ese punto.

$$V = \frac{kQq?}{r}$$

- **Potencial.**

El potencial V en un punto a una distancia r de una carga Q es igual al trabajo por unidad de carga realizado en contra de las fuerzas eléctricas al traer una carga +q desde el infinito a dicho punto.

En otras palabras, el potencial en algún punto A, como se muestra a continuación, es igual a la energía potencial por unidad de carga. Las unidades del potencial se expresan en joules por coulomb, y se define como volt (V).

$$V = \frac{kQ}{r}$$

- **Diferencia de potencial.**

La diferencia de potencial entre dos puntos es el trabajo por unidad de carga positiva realizado por fuerzas eléctricas para mover una pequeña carga de prueba desde el punto de mayor potencial hasta el punto de menor potencial.

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

- **Volt.**

Como la diferencia de potencial es una medida de la energía por unidad de carga, las unidades del potencial en el SI son joules por coulomb, la cual se define como una unidad llamada volt (V) :

$$1V = \frac{1J}{C}$$

Es decir se debe realizar 1J de trabajo para llevar a carga de 1C a través de una diferencia de potencial de 1 V.

- **Electrón-Volt.**

Es una unidad de energía equivalente a la energía adquirida por un electrón, que se acelera a través de una diferencia de potencial de un volt.

2.3. Cálculo del potencial eléctrico en diferentes configuraciones

---

- **Potencial eléctrico y energía potencial debido a cargas puntuales.**

Ejemplo 1. Potencial debido a dos cargas puntuales.

Una carga puntual de $5\mu C$ se coloca en el origen y una segunda carga puntual de $-2\mu C$ se localiza sobre el eje x en la posición (3,0)m, como en la figura 2.1. a) si se toma como potencial cero en el infinito, determine el potencial eléctrico total debido a estas cargas en el punto P, cuyas coordenadas son (0,4)m.

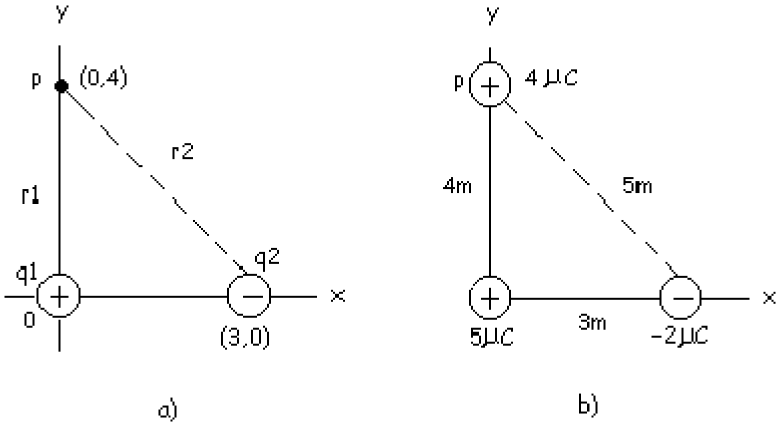


Fig. 2.1. El potencial eléctrico en el punto P debido a las dos cargas puntuales q1 y q2 es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga individual.

- **Potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua.**

Ejemplo 2. Potencial debido a un anillo uniformemente cargado.

Encuentre el potencial eléctrico en un punto P localizado sobre el eje de un anillo uniformemente cargado de rado a y carta total Q. El plano del anillo se elije perpendicular al eje x. (Figura 2.2.)

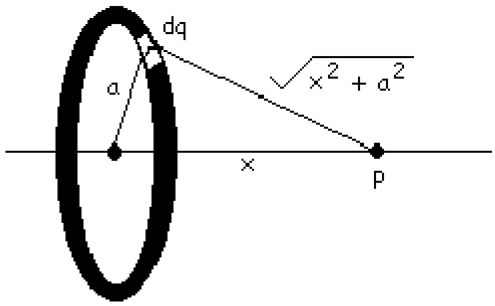


Fig. 2.2. Un anillo uniformemente cargado de radio a, cuyo plano es perpendicular al eje x. Todos los segmentos del anillo están a la misma distancia del punto axial P.

Considere que el punto P está a una distancia x del centro del anillo, como en la figura 2.2. El elemento de carga dq está a una distancia $\sqrt{x^2+a^2}$ del punto P. Por lo tanto, se puede expresar V como

$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{dq}{\sqrt{x^w + a^2}}$$

En este caso, cada elemento dq está a la misma distancia del punto P. Por lo que el término $\sqrt{x^2+a^2}$ puede sacarse de la integral y V se reduce a

$$V = k\frac{k}{\sqrt{x^2+a^2}}\int dq = \frac{kQ}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

En esta expresión V sólo varía con x. Esto no es de extrañarse, ya que nuestro cálculo sólo es valido para puntos sobre el eje x, donde "y" y "z" son cero. De la simetría de la situación, se ve que a lo largo del eje x, E sólo puede tener componente en x. Por lo tanto, podemos utilizar la expresión Ex=-dV/dx.

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{dV}{dx} = -kQ\frac{d}{dx}\left(x^2+a^2\right)^{-1/2} \\ &= -kQ\left(-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+a^2\right)^{-3/2}(2x) \\ &= \frac{kQx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} \end{aligned}$$

Este resultado es igual al obtenido por integración directa. Note que Ex=0 (el centro del anillo).

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

UNIDAD III

CAPACITANCIA

3.1. Introducción

Además de los resistores, los capacitores y los inductores son otros dos elementos importantes que se encuentran en los circuitos eléctricos y electrónicos. Estos dispositivos, son conocidos como elementos pasivos. Solo son capaces de absorver energía eléctrica.

A diferencia de un resistor que dicipa energía, los capacitores y los inductores, la almacenan y la regresan al circuito al que están conectados.

Como elementos activos en circuitos electrónicos tenemos a los dispositivos semiconductores (diodos, transistores, circuitos integrados, microprocesadores, memorias, etc).

- **Capacitor :**

Construcción : Un capacitor se compone básicamente de 2 placas conductoras paralelas, separadas por un aislante denominado dieléctrico.

- **Limitaciones a la carga de un conductor**

Puede decirse que el incremento en potencial V es directamente proporcional a la carga Q colocada en el conductor. Por consiguiente, la razón de la cantidad de carga Q al potencial V producido, será una constante para un conductor dado, Esta razón refleja la capacidad del conductor para almacenar carga y se llama capacidad C.

$$C = \frac{Q}{V}$$

La unidad de capacitancia es el coulomb por volt o farad (F). Por tanto, si un conductor tiene una capacitancia de un farad, una transferencia de carga de un coulomb al conductor elevará su potencial en un volt.

Cualquier conductor tiene una capacitancia C para almacenar carga. La cantidad de carga que puede colocarse en un conductor está limitada por la rigidez dieléctrica del medio circundante.

- **Rigidez dieléctrica**

Es la intensidad del campo eléctrico para el cual el material deja de ser un aislador para convertirse en un material conductor.

Hay un limite para la intensidad del campo que puede exister en un conductor sin que se ionice el aire circundante. Cuando ello ocurre, el aire se convierte en un conductor.

El valor límite de la intensidad del campo eléctrico en el cual un material pierde su propiedad aisladora, se llama rigidez dieléctrica del material.

3.2. Definición

Consideremos dos conductores que tienen una diferencia de potencial V entre ellos, y supongamos que los dos conductores tienen cargas iguales y de signo opusto. Esto se puede lograr conectando los dos conductores descargados a las terminales de una batería. Una combinación de conductores así cargados es un dispositivo conocido como condensador. Se encuentra que la diferencia de potencial V es proporcional a la carga Q en el condensador.

- **Capacitancia.**

La capacitancia entre dos conductores que tienen cargas de igual magnitud y de signo contrario es la razón de la magnitud de la carga en uno u otro conductor con la diferencia de potencial resultante entre ambos conductores.

$$C = \frac{Q}{V}$$

Obsérvese que por definición la capacitancia es siempre una cantidad positiva. Además, como la diferencia de potencial aumenta al aumentar la carga almacenada en el condensador, la razón Q/V es una constante para un condensador dado. Por lo tanto, la capacitancia de un dispositivo es la medida de su capacidad de almacenar carga y energía potencial eléctrica.

Las unidades de la capacitancia en el SI son el Coulomb por Volt. La unidad en el SI para la capacitancia es el faradio (F), en honor a Michael Faraday.

$$1 \text{ farad (F)} = \frac{1 \text{ coulomb (C)}}{1 \text{ volt (V)}}$$

- **Rigidez dieléctrica, aire.**

La rigidez dieléctrica es aquel valor de E para el cual un material dado deja de ser aislante para convertirse en conductor. Para el aire este valor es :

$$E = kQ/r^2 = 3X10^6 \text{ N/C}$$

- **Constante dieléctrica.**

La constante diélectrica K para un material particular se define como la razón de la capacitancia C de un capacitor con el material entre sus placas a la capacitancia C0 en el vacío.

$$K = \frac{C}{C_0}$$

3.3. Calculo de la capacitancia en diferentes configuraciones

---

La capacitancia de un par de conductores cargados con cargas opuestas puede ser calculada de la siguiente manera. Se supone una carga de magnitud Q. Así entonces simplemente se utiliza $C=Q/V$ para evaluar la capacitancia. Como podría esperarse, el cálculo de la capacitancia es relativamente fácil si la geometría del condensador es simple.

- **Condensador de placas paralelas.**

Dos placas paralelas de igual área A están separadas una distancia d como en la figura 3.1. Una placa tiene carga +Q, y la otra, carga -Q.

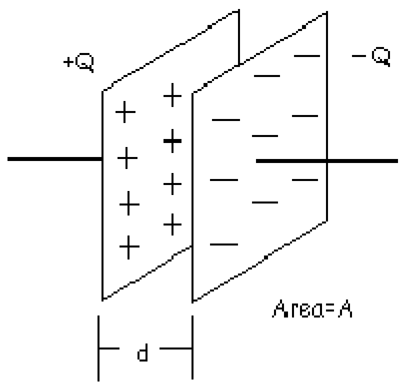


Fig. 3.1. Un condensador de placas paralelas consta de dos placas paralelas cada una de área A, separadas una distnaci d. Las placas tienen cargas iguales y opuestas.

La carga por unidad de área en cada placa es ô = Q/A. Si las placas están muy cercanas una de la otra, podemos despreciar los efectos de los extremos y suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otro lugar. El campo eléctrico entre las placas esta dado por :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

La diferencia de potencial entre las placas es igual a Ed ; por lo tanto,

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Sustituyendo este resultado , encontramos que la capacitancia esta dada por :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0\ A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0\ A}{d}$$

Esto significa que la capacitancia de un condensador de placas paralelas es proporcional al área de éstas e inversamente proporcional a la separación entre ellas.

Ejemplo 3.1. Condensador de placas paralelas.

Un condensador de placas paralelas tiene un ára $A=2cm^2=2X10^{-4}m^2$ y una separación entre las placas $d=1mm = 10^{-3}m$. Encuentre su capacitancia.

Solución:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \left(8.85X10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)\left(\frac{2X10^{-4}m^2}{1X10^{-3}m}\right)$$
$$= 1.77X10^{-12}F = 1.77pF$$

- **Capacitores en Serie y Paralelo**

Con frecuencia los circuitos eléctricos contienen dos o más capacitores agrupados entre sí. Al considerar el efecto de tal agrupamiento conviene recurrir al diagrama del circuito, en el cual los dispositivos eléctricos se representan por símbolos. En la figura 3.2. se definen los símbolos de cuatro capacitores de uso común. El lado de mayor potencial de una batería se denota por una línea más larga. El lado de mayor potencial de un capacitor puede representarse mediante una línea recta en tanto que la línea curva representará el lado de menor potencial. Una flecha indica un capacitor variable. Una tierra es una conexión eléctrica entre el alambrado de un aparato y su chasis metálico o cualquier otro reservorio grande de cargas positivas y negativas.

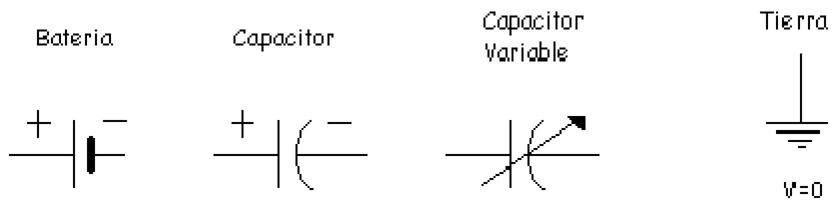


Fig. 3.2. Definición de los simbolos que se usan con frecuencia con capacitores.

Considérese primero el efecto de un grupo de capacitores conectados a lo largo de una sola trayectoria, Una conexión de este tipo, en donde la placa positiva de un capacitor se conecta a la placa negativa de otro, se llama conexión en serie. La batería mantiene una diferencia de potencial V entre la placa positiva C1 y la placa negativa C3, con una transferencia de electrones de una a otra. La carga no puede pasar entre las placas del capacitor ; en consecuencia, toda la carga contenida dentro del paralelogramo punteado, Fig. 3.3., es carga inducida. Por esta razón, la carga en cada capacitor es idéntica. Se escribe :

$Q=Q_1=Q_2=Q_3$

donde Q es la carga eficaz transferida por la batería.

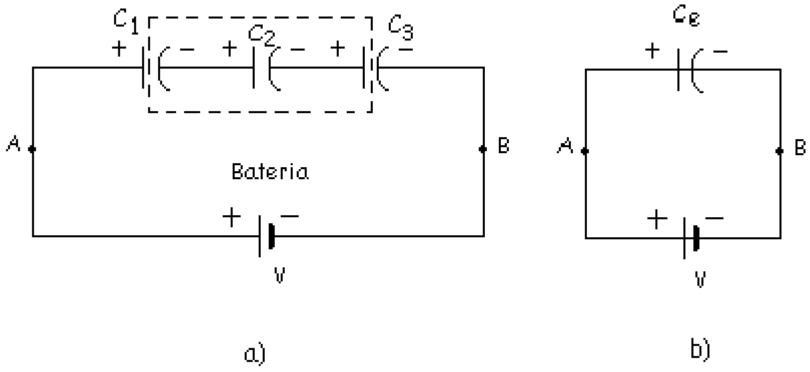


Fig. 3.3. Cálculo de la capacitancia equivalente de un grupo de capacitores conectados en serie.

Los tres capacitores pueden reemplazarse por una capacitancia equivalente C, sin que varíe el efecto externo. A continuación se deduce una expresión que sirve para calcular la capacitancia equivalente para esta conexión en serie. Puesto que la diferencia de potencial entre A y B es independiente de la trayectoria, el voltaje de la batería debe ser igual a la suma de las caídas de potencial a través de cada capacitor.

$V=V1+V2+V3$

Si se recuerda que la capacitancia C se define por la razón Q/V, la ecuación se convierte en

$$\frac{Q}{C_e}=\frac{Q_1}{C_1}+\frac{Q_2}{C_2}+\frac{Q_3}{C_3}$$

Para una conexión en serie, $Q=Q_1=Q_2=Q_3$ así, que si se divide entre la carga, se obtiene :

$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

La capacitancia eficaz total para dos capacitores en serie es :

$$C_e=\frac{C_1\ C_2}{C_1+C_2}$$

Ahora bien, considérese un grupo de capacitores conectados de tal modo que la carga pueda distribuirse entre dos o más conductores. Cuando varios capacitores están conectados directamente a la misma fuente de potencial, como en la figura 3.4., se dice que ellos están conectados en paralelo.

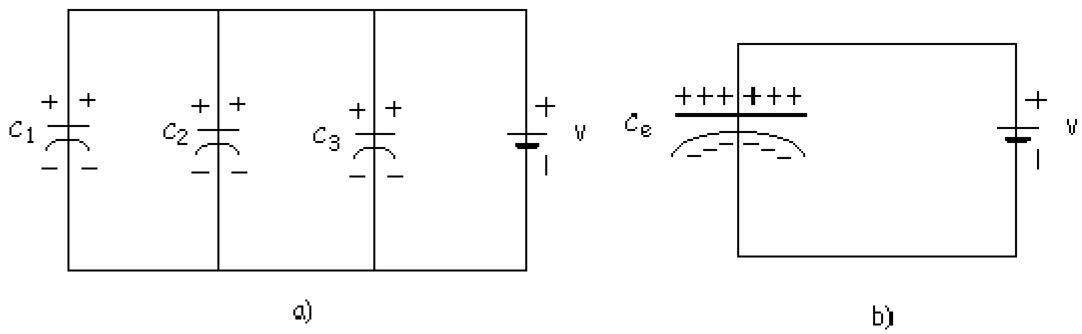


Fig. 3.4. Capacitancia equivalente de un grupo de capacitores conectados en paralelo

De la definición de capacitancia,, la carga en un capacitor conectado en paralelo es :

$Q_1=C_1V_1$ $Q_2=C_22V_2$ $Q_3=C_3V_3$

La carga total Q es igual a la suma de las cargas individuales

$Q=Q_1 =Q_2+Q_3$

La capacitancia equivalente a todo el circuito es Q=CV, así que la ecuación se transforma en

$CV= C_1V_1 + C_22V_2 + C_3V_3$

Para una conexión en paralelo,

$V =V_1=V_2=V_3$

Ya que todos los capacitores están conectados a la misma diferencia de potencial. Por tanto, al dividir ambos miembros de la ecuación CV = C1V1 +C2V2 +C3V3 entre el voltaje se obtiene

$C = C_1 + C_2 + C_3$ Conexión en paralelo

Ejemplo 3.2.

a). Encuéntrese la capacitancia equivalente del circuito mostrado en la fig. 3.5.
b). Determínese la carga en cada capacitor.
c). Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del capacitor de 4μF.

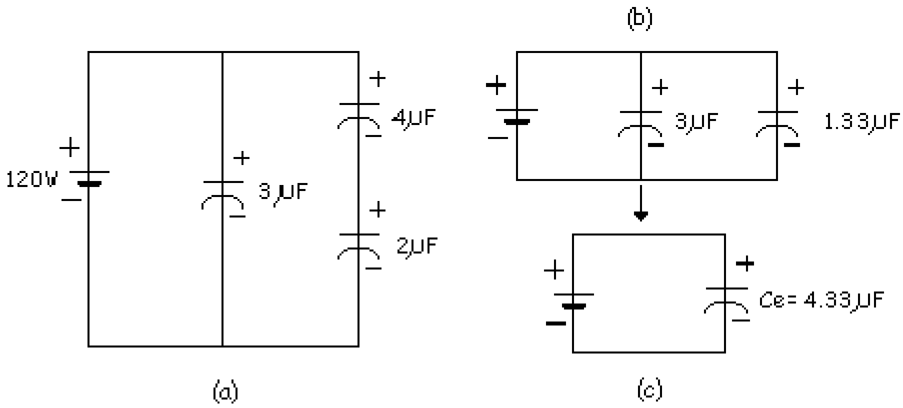


Fig. 3.5. Ejemplificación de un problema al sustituir sus valores equivalentes de la capacitancia.

Solucion a).

Los capacitores de 4 y 2 ?F están conectados en serie ; su capacitancia combinada se encuentra en la sig. ecuación.

$$C_{2,4} = \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4} = \frac{(2\,\mu F)(4\,\mu F)}{2\,\mu F + 4\,\mu F} = 1.33\,\mu F$$

Estos dos capacitores pueden reemplazarse por su equivalente, como se ve en la figura 3.5.b. Los dos capacitores restantes están conectados en paralelo. Por tanto la capacitancia equivalente es
$C_e = C_3 + C_{2,4} = 3\mu F + 1.33\mu F = 4.33\mu F$

Solucion b).

La carga total en la red es

Q = C_e V=(4.33μF)(120V) = 520μC

La carga Q_3 en el capacitor de 3μF es Q_3= C_3V= (3μF)(120V) = 360μC

El resto de la carga, Q-Q_3 = 520μC - 360μC = 160μC

debe amacenarse en los capacitores en serie. Por lo tanto, Q_2 = Q_4 = 160μC

Solucion c).

La caida de voltaje a través del capacitor de 4μF es

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{160\,\mu C}{4\,\mu F} = 40V$$

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

UNIDAD IV

ELECTRODINAMICA

4.1. Introducción

El término corriente eléctrica o simplemente corriente se utiliza para describir la rapidez de flujo de la carga por alguna región del espacio. La mayor parte de las aplicaciones prácticas de la electricidad se refieren a las corrientes eléctricas. Por ejemplo, la batería de una lámpara suministra corriente al filamento de la bombilla (foco) cuando el interruptor se coloca en la posición de encendido. Una gran variedad de aparatos domésticos funcionan con corriente alterna. En estos casos comunes, el flujo de carga se lleva a cabo en un conductor, como un alambre de cobre. Sin embargo, es posible que existan corrientes fuera del conductor. Por ejemplo, el haz de electrones en un cinescopio de TV constituye una corriente.

4.2. Definiciónes

- **Corriente eléctrica**

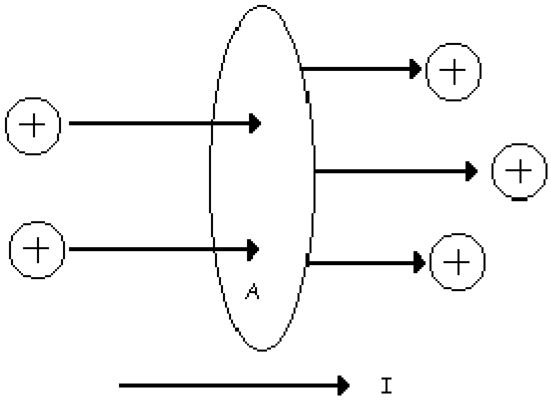


Figura 4.1. Cargas en movimiento a través de un área A. La dirección de la corriente es en la dirección en la cual fluirían las cargas positiva.

Siempre que cargas eléctricas del mismo signo están en movimiento, se dice que existe una corriente. Para definir la corriente con más precisión, supongamos que las cargas se mueven perpendicularmente a un área superficial A como en la figura 4.1. Por ejemplo, esta área podría ser la sección trasversal de un alambre. La corriente es la rapidez con la cual fluye la carga a través de esta superficie. Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa a través de esta área en un tiempo Δt, la corriente promedio, I_p, es igual a la razón de la carga en el intervalo de tiempo :

$$I_p = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Si la rapidez con que fluye la carga varía con el tiempo, la corriente también varía en el tiempo y se define la corriente instantánea, I, en el límite diferencial de la expresión anterior :

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

La unidad de corriente en el SI es el ampere (A), donde : 1A = 1 C/s

Es decir, 1 A de corriente equivale a que 1 coulomb de carga que pase a través de la superficie en 1 s. En la práctica con frecuencia se utilizan unidades más pequeñas de corriente, tales como el miliampere ($1mA=10^{-3}$ A) y el microampere ($1\mu A=10^{-6}$ A).

Cuando las cargas fluyen a través de la superficie en la figura 4.1, pueden ser positivas, negativas o ambas. Por convención se escoge la dirección de la corriente como la dirección en la cual fluyen las cargas positivas. En un conductor como el cobre, la corriente se debe al movimiento de los electrones cargados negativamente. Por lo tanto, cuando hablamos de corriente en un conductor ordinario, como el alambre de cobre, la dirección de la corriente será opuesta a la dirección del flujo de electrones. Por otra lado, si uno considera un haz de protones cargados positivamente en un acelerador, la corriente está en la dirección del movimiento de los protones. En algunos casos, la corriente es el resultado del flujo de ambas cargas positiva y negativa. Esto ocurre, por ejemplo, en los semiconductores y electrólitos. Es común referirse al movimiento de cargas (positivas o negativas) como el movimiento de portadores de carga. Por ejemplo, los portadores de carga en un metal son los electrones.

- **Resistencia**

Es la oposición de un material al flujo de electrones. La resistencia R del conductor esta dada por :

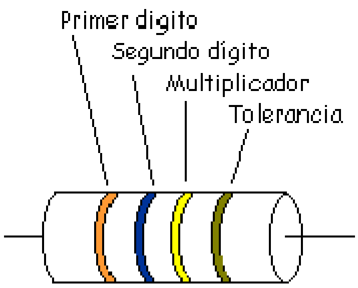
$$R = \frac{V}{I}$$

De este resultado se ve que la resistencia tiene unidades en el SI de volts por ampere. Un volt por un ampere se define como un ohm (Ω) :

1 Ω= 1 V/A

Es decir, si una diferencia de potencial de 1 volt a través de un conductor produce una corriente de 1 A, la resistencia del conductor es 1 Ω. Por ejemplo, si un aparato eléctrico conectado a 120 V lleva corriente de 6 A, su resistencia es de 20 Ω.

Las bandas de colores en un resistor representan un código que representa el valor de la resistencia. Los primeros dos colores dan los dos primeros dígitos del valor de la resistencia el tercer color es el exponente en potencias de diez de multiplicar el valor de la resistencia. El último color es la tolerancia del valor de la resistencia. Por ejemplo, si los colores son naranja, azul, amarillo y oro, el valor de la resistencia es 36X104 Ω o bien 360K Ω, con una tolerancia de 18K Ω (5%). Figura. 4.2.



4.2. Las bandas de colores en un resistor representan un código que representa el valor de la resistencia.

Código de colores para resistores.

Color	Número	Multiplicador	Tolerancia (%)
Negro	0	1	
Café	1	10^1	
Rojo	2	10^1	
Naranja	3	10^2	
Amarillo	4	10^3	
Verde	5	10^4	
Azul	6	10^5	
Violeta	7	10^6	
Gris	8	10^7	
Blanco	9	10^8	
Oro		10^9	5%
Plata		10^{-1}	10%
Sin color		10^{-2}	20%

- **Resistividad**

El inverso de la conductividad de un material se le llama resistividad *p* :

$$p = \frac{1}{\hat{o}}$$

Resistividades y coeficientes de temperatura para varios materiales.

Material	Resistividad ($\Omega \cdot m$)	Coeficiente de temperatura α [$(°C)^{-1}$]
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nicromo[b]	150×10^{-8}	0.4×10^{-3}
Carbón	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio	640	-75×10^{-3}
Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$	
Caucho duro	$\approx 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

- **Densidad de corriente**

Considérese un conductor con área de sección trasversal A que lleva una corriente I. La densidad de corriente J en el conductor se define como la corriente por unidad de área. Como $I = nqv_dA$, la densidad de corriente está dada por :

$$J = \frac{I}{A}$$

donde J tiene unidades en el SI de A/m2. En general la densidad de corriente es una cantidad vectorial. Esto es,

$$J = nqv_d$$

Con base en la definición, se ve también que la densidad de corriente está en la dirección del movimiento de las cargas para los portadores de cargas positivos y en dirección opuesta a la del movimiento de los portadores de carga negativos.

Una densidad de corriente J y un campo eléctrico E se establecen en un conductor cuando una diferencia de potencial se mantiene a través del conductor. Si la diferencia de potencial es constante, la corriente en el conductor será también constante.

Con mucha frecuencia, la densidad de corriente en un conductor es proporcional al campo eléctrico en el conductor. Es decir,

J=ôE

- **Conductividad**

Con mucha frecuencia, la densidad de corriente en un conductor es proporcional al campo eléctrico en el conductor. Es decir,
J=ôE
donde la constante de proporcionalidad ô se llama la conductividad del conductor. Los materiales cuyo comportamiento se ajustan a la ecuación anterior se dice que siguen la ley de Ohm, su nombre se puso en honor a George Simon Ohm.

4.3. Ley de Ohm

La ley de Ohm afirma que para muchos materiales (incluyendo la mayor parte de los metales), la razón de la densidad de corriente al campo eléctrico es una constante, ô, la cuales independiente del campo eléctrico que produce la corriente.

Materiales que obedecen la ley de Ohm, y por tanto demuestran este comportamiento lineal entre E y J, se dice que son ohmicos. El comportamiento eléctrico de los muchos materiales es casi lineal con muy pequeños cambios en la corriente. Experimentalmente se encuentra que no todos los materiales tienen esta propiedad. Materiales que no obedecen la ley de Ohm se dicen ser no ohmicos. La ley de Ohm no es una ley fundamental de la naturaleza, sino una relación empírica válida sólo para ciertos materiales.

Una forma de la ley de Ohm que se utiliza de modo más directo en las aplicaciones prácticas puede ser obtenida al considerar un segmento de un alambre recto de área en la sección trasversal A y longitud l. Una diferencia de potencial Va - Vb mantenida a través del alambre, crea un campo eléctrico en el alambre y una corriente. Si se supone que el campo eléctrico en el alambre es uniforme, la diferencia de potencial V = Va - Vb se relaciona con el campo eléctrico a través de la relación :

V = El

El inverso de la conductividad de un material se le llama resistividad *p*.

$$p = \frac{1}{\hat{o}}$$

Fórmula para la resistencia R de un conductor

$$R = \frac{\lambda}{\sigma A} = VI$$

$$R = \rho \frac{\lambda}{A}$$

Formula para la aplicación de la Ley de Ohm.

$$I = \frac{V}{R}$$

Ejemplo 4.1. La resistencia de un conductor

Calcúlese la resistencia de una pieza de aluminio de 10cm. de longitud que tiene un área de sección trasversal de 10^{-4} m².

Repítase el cálculo para una pieza de vidrio de resistencia 10^{10} Ω . m.

Solución

Resistividad del aluminio = 2.82X10¯8
Resistividad del vidrio = 10^{10} - 10¯4
La resistencia de la barra de aluminio es :

$$R = \rho\frac{\lambda}{A} = \left(2.82X10^{-8}\Omega \bullet m\right)\left(\frac{0.1m}{10^{-4}m^{2}}\right) = 2.82X10^{-5}\Omega$$

Del mismo modo, para el vidrio se encuentra que :

$$R = \rho\frac{\lambda}{A} = \left(10^{108}\Omega \bullet m\right)\left(\frac{0.1m}{10^{-4}m^{2}}\right) = 10^{13}\Omega$$

Como era de esperarse, el aluminio tiene una resistencia mucho menor que el vidrio. Por esta razón el aluminio es buen conductor y el vidrio es muy mal conductor.

Ejemplo 4.2.
La diferencia de potencial entre las terminales de un calentador eléctrico es de 80V. Cuando la corriente es de 6 Amperios. Cual será la corriente si el voltaje se incrementa a 120V.

V_1 =80V.
I_1= 6A.
V_2 =120V

I_2 = ?

Solución

$$R = \frac{V}{I} = \frac{80V}{6A} = 13.3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120}{13.3} = 9.02A$$

4.4. Potencia Eléctrica

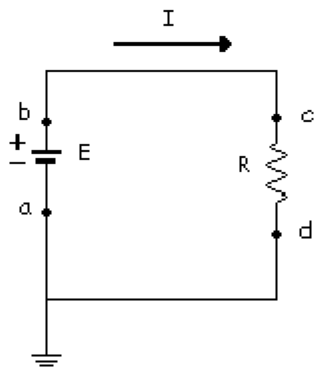
Si una batería se utiliza para establecer una corriente eléctrica en un conductor, existe una transformación continua de energía química almacenada en la batería a energía cinética de los portadores de carga. Esta energía cinética se pierde rápido como resultado de las colisiones de los portadores de carga con el arreglo de iones, ocasionando un aumento en la temperatura del conductor. Por lo tanto, se ve que la energía química almacenada en la batería es continuamente transformada en energía térmica.

Considérese un circuito simple que consista de una batería cuyas terminales estén conectadas a una resistencia R, como en la figura 4.3. La terminal positiva de la batería está al mayor potencial. Ahora imagínese que se sigue una cantidad de carga positiva ΔQ moviéndose alrededor del circuito desde el punto a a través de la batería y de la resistencia, y de regreso hasta el punto a.

El punto a es el punto de referencia que está aterrizado y su potencial se ha tomado a cero. Como la carga se mueve desde a

hasta b a través de la batería su energía potencial eléctrica aumenta en una cantidad V ΔQ (donde V es el potencial en b) mientras que la energía potencial química en la batería disminuye por la misma cantidad.

Sin embargo, como la carga se mueve desde c hasta d a través de la resistencia, pierde esta energía potencial eléctrica por las colisiones con los átomos en la resistencia, lo que produce energía térmica. Obsérvese que si se desprecia la resistencia de los alambres interconectores no existe pérdida en la energía en las trayectorias bc y da. Cuando la carga regresa al punto a, debe tener la misma energía potencial (cero) que tenía al empezar.



4.3. Un circuito consta de una batería o fem E y de una resistencia R. La carga positiva fluye en la dirección de las manecillas del reloj, desde la terminal negativa hasta la positiva de la batería. Los puntos a y d están aterrizados.

La rapidez con la cual la carga ΔQ pierde energía potencial cuando pasa a través de la resistencia está dada por :

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV$$

donde I es la corriente en el circuito. Es cierto que la carga vuelve a ganar esta energía cuando pasa a través de la batería. Como la rapidez con la cual la carga pierde la energía es igual a la potencia perdida en la resistencia, tenemos :

$P = IV$

En este caso, la potencia se suministra a la resistencia por la batería. Sin embargo, la ecuación anterior puede ser utilizada para determinar la potencia transferida a cualquier dispositivo que lleve una corriente I, y tenga una diferencia de potencial V entre sus terminales. Utilizando la ecuación anterior y el hecho de que V=IR para una resistencia, se puede expresar la potencia disipada en las formas alternativas :

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

Cuando I está en amperes, V en volts, y R en ohms, la unidad de potencia en el SI es el watt (W). La potencia perdida como calor en un conductor de resistencia R se llama calor joule; sin embargo, es frecuentemente referido como una perdida I^2R.
Una batería o cualquier dispositivo que produzca energía eléctrica se llama fuerza electromotriz, por lo general referida como fem.

Ejemplo 4.3. Potencia en un calentador eléctrico

Se construye un calentador eléctrico aplicando una diferencia de potencial de 110V a un alambre de nicromo cuya resistencia total es de 8?. Encuéntrese la corriente en el alambre y la potencia nominal del calentador.

Solución

Como V=IR, se tiene :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{110V}{8\Omega} = 13.8A$$

Se puede encontrar la potencia nominal utilizando $P=I^2R$:

$P = I^2R = (13.8\ A)^2\ (8\ \Omega) = 1.52\ kW$

Si se duplicaran el voltaje aplicado, la corriente se duplicaría pero la potencia se cuadruplicaría.

4.5. Ley de Joule

Podemos describir el movimiento de los electrones en un conductor como una serie de movimientos acelerados, cada uno de los cuales termina con un choque contra alguna de las partículas fijas del conductor.

Los electrones ganan energía cinética durante las trayectorias libres entre choques, y ceden a las partículas fijas, en cada choque, la misma cantidad de energía que habían ganado. La energía adquirida por las partículas fijas (que son fijas solo en el sentido de que su posición media no cambia) aumenta la amplitud de su vibración o sea, se convierte en calor.

Para deducir la cantidad de calor desarrollada en un conductor por unidad de tiempo, hallaremos primero la expresión general de la potencia suministrada a una parte cualquiera de un circuito eléctrico.

Cuando una corriente eléctrica atraviesa un conductor, éste experimenta un aumento de temperatura. Este efecto se denomina ?efecto Joule?.
Es posible calcular la cantidad de calor que puede producir una corriente eléctrica en cierto tiempo, por medio de la ley de Joule.

Supongamos, como en un calentador eléctrico, que todo el trabajo realizado por la energía eléctrica es transformado en calor. Si el calentador funciona con un voltaje V y un intensidad I durante un tiempo t, el trabajo realizado es :

W=VIt
y como cada J equivale a 0,24 cal, la cantidad de calor obtenido será :
Q=0.24 VIt
V debe medirse en volts, I en amperes y t en segundos, para que el resultado esté expresado en calorías.

La ley de Joule enuncia que :

" El calor que desarrolla una corriente eléctrica al pasar por un conductor es directamente proporcional a la resistencia, al cuadrado de la intensidad de la corriente y el tiempo que dura la corriente " .

Ejemplo 4.4.

Un fabricante de un calentador eléctrico portátil por inmersión, de 110V garantiza que si el calentador se sumerge en un recipiente lleno de agua ésta hervirá y en un minuto estará listo para hacer té. Calcule la potencia de salida del calentador. Que corriente fluirá por él?. Cual su resistencia ?

Suponga que el recipiente contiene 200 cm^3 o sea 0.200kg de agua. Si la temperatura del agua disponible en el casa es de 10°C la

diferencia de temperatura para que hierva será pT=90K. El suministro de energía calorífica que debe darse al agua está dado por :

$$pQ=cm pT=4186 J/(kg\cdot K)X0.200kgX90K= 7.5X10^4 J$$

donde c es la capacidad calorífica del agua expresada en joules y no kilocalorías. Como esta energía calorífica se transfiere al agua en un tiempo pt, la potencia de salida del calentador es :

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{7.5X10^4 J}{60s} = 1.3X10^3 W$$

Solución

El flujo de corriente por el calentador se puede determinar por la ecuación P=Vi. Así tenemos:

$$i = \frac{P}{V} = \frac{1.3X10^3 W}{110V} 12A$$

Mediante la ley de Ohm calculamos la resistencia , que es :

$$R = \frac{V}{i} = \frac{110V}{12A} = 9\Omega$$

4.6. Leyes de Kirchhoff

El análisis de algunos circuitos simples cuyos elementos incluyen baterías, resistencias y condensadores en varias combinaciones, se simplifica utilizando las reglas de Kirchhoff.

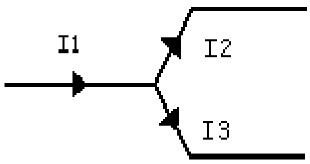
Estas reglas se siguen de las leyes de conservación de la energía y de la carga.
Un circuito simple puede analizarse utilizando la ley de Ohm y las reglas de combinaciones en serie y paralelo de resistencias. Muchas veces no es posible reducirlo a un circuito de

un simple lazo. El procedimiento para analizar un circuito más complejo se simplifica enormemente al utilizar dos sencillas reglas llamadas reglas de Kirchhoff :

1. La suma de las corrientes que entren en una unión debe ser igual a la suma de las corrientes que salen de la unión. (una unión es cualquier punto del circuito donde la corriente se puede dividir).

2. La suma algebraica de los cambios de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier trayectoria cerrada en el circuito debe ser cero.

La primera regla se establece de la conservación de la carga. Es decir, cuanto corriente entre en un punto dado del circuito debe salir de ese punto, ya que la carga no puede perderse en ese punto. Si se aplica esta regla a la unión que se ve en la figura siguiente se obtiene.



I1 = I2 + I3

La segunda regla se deduce de la conservación de la energía. Es decir, cualquier carga que se mueve en torno a cualquier circuito cerrado (sale de un punto y llega al mismo punto) debe ganar tanta energía como la que pierde.

Su energía puede decrecer en forma de caída potencial -IR, a través de una resistencia o bien como resultado de tener una carga en dirección inversa a través de una fuente de fem. En una aplicación práctica de este último caso, la energía eléctrica se convierte en energía química al cargar una batería ; de manera

similar, la energía eléctrica puede convertirse en energía mecánica al hacer funcionar un motor.

Existen limitaciones sobre el número de veces que pueden utilizarse la regla de nodos y la de mallas. La regla de nodos puede utilizarse siempre que sea necesario pero considerando que, al escribir una ecuación, se incluya una corriente que no haya sido utilizada previamente en alguna ecuación de la regla de nodos.

En general, el número de veces que puede ser utilizada la regla de nodos es uno menos que el número de uniones (nodos) que tenga el circuito. La regla de la malla puede ser utilizada siempre que sea necesario en tanto que un nuevo elemento de circuito (resistencia o batería) o una nueva corriente aparezca en cada nueva ecuación.

En general, el número de ecuaciones independientes que se necesiten debe ser al menos igual al número de incógnitas para tener una solución al problema de un circuito particular.

Circuitos complejos con varias mallas y uniones generan un gran número de ecuaciones linealmente independientes que corresponden a un gran número de incógnitas. Tales situaciones deben ser manejadas formalmente utilizando álgebra matricial. Se pueden hacer programas en computadora para determinar los valores de las incógnitas.

Estrategia para la solución de problemas : Reglas de Kirchhoff.

1. Primero, dibújese el diagrama del circuito y asígnense etiquetas y símbolos a todas las cantidades conocidas y desconocidas. Se debe asignar una dirección a la corriente en cada parte del circuito.

No debe preocupar que no se asigne correctamente la dirección de la corriente; el resultado tendrá signo negativo, pero la magnitud será la correcta. Aun cuando la asignación de la corriente es arbitraria, debe respetarse rigurosamente la dirección asignada cuando se apliquen las reglas de Kirchhoff.

2. Aplíquese la regla de nodos (primera regla de Kirchhoff) a todas las uniones en el circuito en las cuales se obtengan relaciones entre varias corrientes. ! Este paso es fácil !

3. Ahora aplíquese la segunda regla de Kirchhoff a tantas mallas en el circuito como sean necesarias para determinar las incógnitas. Al aplicar esta regla, deben identificarse correctamente los cambios de potencial de cada elemento al recorrer la malla (ya sea en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario). !cuidado con los signos !

4. Por último, deben resolverse las ecuaciones simultáneamente para las cantidades desconocidas. Es necesario ser cuidadoso en los pasos algebraicos y verificar que las respuestas numéricas sean congruentes.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

UNIDAD V

ELECTROMAGNETISMO

5.1. Introducción

El fenómeno del magnetismo fue conocido por los griegos desde el año 800 A.C. Ellos descubrieron que ciertas piedras, ahora llamadas magnetita ($Fe3O4$), atraían piezas de hierro. La leyenda adjudica el nombre de magnetita en honor al pastor Magnes, ? los clavos de sus zapatos y el casquillo (o punta) de su bastón quedaron fuertemente sujetos a un campo magnético cuando se encontraba pastoreando su rebaño?.

En 1269 Pierre de Maricourt, mediante un imán natural esférico, elaboró un mapa de las direcciones tomadas por una aguja al colocarla en diversos puntos de la superficie de la esfera. Encontró que las direcciones formaban líneas que rodeaban a la esfera pasando a través de dos puntos diametralmente opuestos uno del otro, a los cuales llamo polos del imán.

Experimentos subsecuentes demostraron que cualquier imán, sin importar su forma, tiene dos polos, llamados polo norte y polo sur, los cuales presentan fuerzas que actúan entre sí de manera análoga a las cargas eléctricas. Es decir, polos iguales se repelen y polos diferentes se atraen.

En 1600 William Gilbert extendió estos experimentos a una variedad de materiales. Utilizando el hecho de que una aguja magnética (brújula) se orienta en direcciones preferidas, sugiere que la misma Tierra es un gran imán permanente.

En 1750, John Michell (1724-1793) usó la balanza de torsión para demostrar que los polos magnéticos ejercen fuerzas de atracción y repulsión entre sí, y que estas fuerzas varían como el inverso del cuadrado de la distancia de separación. Aun cuando la fuerza entre dos polos magnéticos es similar a la fuerza entre dos cargas eléctricas, existe una importante diferencia.

Las cargas eléctricas se pueden aislar (lo que se manifiesta en la existencia del protón y el electrón), mientras que los polos magnéticos no se pueden separar. Esto es, los polos magnéticos siempre están en pares. Todos los intentos por detectar un polo aislado han fracasado. No importa cuántas veces se divida un imán permanente, cada trozo siempre tendrá un polo norte y un polo sur.

La relación entre el magnetismo y la electricidad fue descubierta en 1819 cuando, en la demostración de una clase, el científico danés Hans Oersted encontró que la corriente eléctrica que circula por un alambre desvía la aguja de una brújula cercana. Poco tiempo después, André Ampere (1775-1836) obtuvo las leyes cuantitativas de la fuerza magnética entre conductores que llevan corrientes eléctricas.

También sugirió que órbitas de corriente eléctrica de magnitud molecular son las responsables de todos los fenómenos magnéticos. Esta idea es la base de la teoría moderna del magnetismo.

En la década de 1820, se demostraron varias conexiones entre la electricidad y el magnetismo por Faraday e independientemente por Joseph Henry (1797-1878). Ellos comprobaron que se podía producir una corriente eléctrica en un circuito al mover un imán cercano al circuito o bien variando la corriente de un circuito cercano al primero.

Estas observaciones demuestran que un cambio en el campo magnético produce un campo eléctrico. Años después, el trabajo teórico realizado por Maxwell mostró que un campo eléctrico variable da lugar a un campo magnético.

5.2. Definición del campo magnético

El campo eléctrico E en un punto del espacio se ha definido como la fuerza por unidad de carga que actúa sobre una carga de prueba colocada en ese punto. Similarmente, el campo gravitacional g en un punto dado del espacio es la fuerza de gravedad por unidad de masa que actúa sobre una masa de prueba.

Ahora se definirá el vector de campo magnético B (algunas veces llamado inducción magnética o densidad de flujo magnético) en un punto dado del espacio en términos de la magnitud de la fuerza que

sería ejercida sobre un objeto de velocidad v. Por el momento, supongamos que no están presentes el campo eléctrico ni el gravitacional en la región de la carga.

Los experimentos realizados sobre el movimiento de diversas partículas cargadas que se desplazan en un campo magnético han proporcionado los siguientes resultados:

1. La fuerza magnética es proporcional a la carga q y a la velocidad v de la partícula.

2. La magnitud y la dirección de la fuerza magnética dependen de la velocidad de la partícula y de la magnitud y dirección del campo magnético.

3. Cuando una partícula se mueve en dirección paralela al vector campo magnético, la fuerza magnética F sobre la carga es cero.

4. Cuando la velocidad hace un ángulo θ con el campo magnético, la fuerza magnética actúa en una dirección perpendicular tanto a v como a B; es decir, F es perpendicular al plano formado por *v* y B. (Fig. 5.1a)

5. La fuerza magnética sobre una carga positiva tiene sentido opuesto a la fuerza que actúa sobre una carga negativa que se mueva en la misma dirección. (Fig. 5.1b)

6. Si el vector velocidad hace un ángulo θ con el campo magnético, la magnitud de la fuerza magnética es proporcional al sen θ.

Estas observaciones se pueden resumir escribiendo la fuerza magnética en la forma:

$F = q v \times B$

donde la dirección de la fuerza magnética está en la dirección de *v* X B, la cual por definición del producto vectorial, es perpendicular tanto a v como a B.

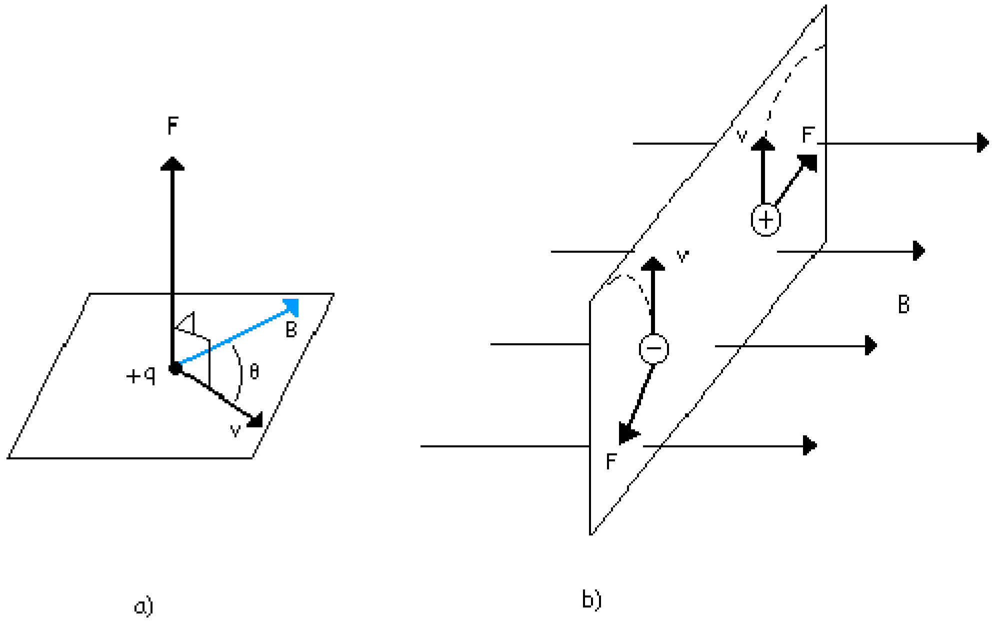


Fig. 5.1. Dirección de la fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve con velocidad v en presencia de un campo magnético. a). Cuando v forma un ángulo θ con B, la fuerza magnética es perpendicular a ambos, v y B. b). En presencia de un campo magnético, las partículas cargadas en movimiento se desvían como se indica por medio de las líneas punteadas.

La fuerza magnética es siempre perpendicular al desplazamiento. Es decir,

$$F * ds = (F * v)dt = 0$$

Ya que la fuerza magnética es un vector perpendicular a v. De esta propiedad y del teorema de trabajo y energía, se concluye que la

energía cinética de la partícula cargada no puede ser alterada sólo por el campo magnético. en otras palabras

" Cuando una carga se mueve con una velocidad v, el campo magnético aplicado sólo puede alterar la dirección del vector velocidad, pero no puede cambiar la rapidez de la partícula ".

Ejemplo 5.1. Un protón que se mueve en un campo magnético.

Un protón se mueve con una rapidez de 8X10 elevado a 6 m/s a lo largo del eje x. Entra a una región donde existe un campo de 2.5 T de magnitud, dirigido de tal forma que hace un ángulo de 60° con el eje de las x y está en el plano xy (Fig. 5.2.). Calcúlese la fuerza magnética y la aceleración inicial del protón

Solución.

De la ecuación F = qvB sen θ se obtiene
F = (1.6X10¯19C) (8X10a la 6 m/s) (2.5T) (sen 60°)
F = $2.77\text{X}10^{-12}$N

Como vXB está en la dirección z positiva y ya que la carga es positiva, la fuerza F está en la dirección z positiva. Dado que la masa del protón es $1.67\text{X}10^{-27}$kg, su aceleración inicial es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2.77X10^{-12}N}{1.67X10^{-27}kg} = 1.66X10^{15}m/s^2$$

En la dirección z positiva.

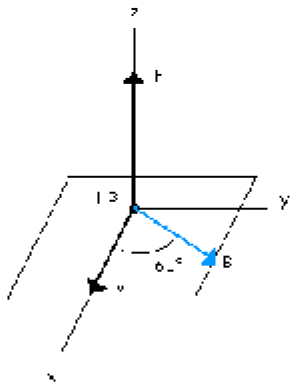


Fig. 5.2. La fuerza magnética F sobre un protón está en la dirección positiva del eje z cuando v y B se encuentra en el plano xy.

5.3. Ley de Biot-Savart

Poco tiempo despues del descubrimiento de Oersted en 1819, donde la aguja de la brújula se desviaba a causa de la presencia de un conductor portador de corriente, Jean Baptiste Biot y Felix Savart informaron que un conductor de corriente estable produce fuerzas sobre un imán. De sus resultados experimentales, Biot y Savart fueron capaces de llegar a una expresión de la que se obtiene el campo magnético en un punto dado del espacio en términos de la corriente que produce el campo.

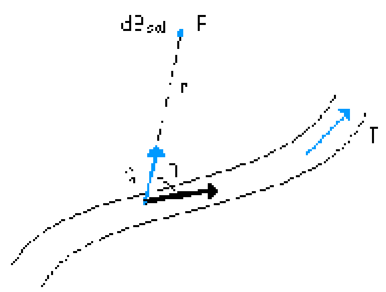


Fig. 5.3. El campo magnético dB en el punto P debido a un elemento de corriente ds está dado por la ley de Biot-Savart.

La ley de Biot-Savart establece que si un alambre conduce una corriente constante I, el campo magnético dB en un punto P debido a un elemento ds (Figura. 5.3.) tiene las siguientes propiedades :

1. El vector dB es perpendicular tanto a ds (el cual tiene la dirección de la corriente) como al vector unitario ê dirigido desde el elemento hasta el punto P.

2. La magnitud dB es inversamente proporcional a r^2, donde r es la distancia desde el elemento hasta el punto p.

3. La magnitud de dB es proporcional a la corriente y la longitud ds del elemento.

4. La magnitud de dB es proporcional a sen θ, donde θ es el ángulo entre el vector ds y ê.

La ley de Biot-Savart puede ser resumida en la siguiente fórmula :

$$dB = k_m \frac{I ds X \bar{r}}{r^2}$$

donde Km es una constante que en SI de unidades es exactamente 10^{-7} Wb/A*m. La constante Km es por lo general escrita como $\mu_0/4\pi$, donde μ_0 es otra constante, llamada permeabilidad del espacio libre. Es decir,

$\mu_0 = 4\pi K_m = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/A*m

Por lo que la ley de Biot-Savart, también puede escribirse como :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds X \bar{r}}{r^2}$$

Es importante hacer notar que la ley de Biot-Savart proporciona el campo magnético en un punto dado para un pequeño elemento del conductor. Para encontrar el campo magnético total B en algún punto debido a un conductor para tamaño finito, se deben sumar las contribuciones de todos los elementos de corriente que constituyen el conductor. Esto es, se debe evaluarse B por la integración de la ecuación anterior :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds X \bar{r}}{r^2}$$

donde la integral se evalúa sobre todo el conductor, Esta expresión debe ser manejada con especial cuidado desde el momento que el integrando es una cantidad vectorial.

Se presentan rasgos similares entre la ley de Biot-Savart del magnetismo y la ley de Coulomb de la electrostá tica. Es decir, el elemento de corriente I ds produce un campo magnético, mientras que una carga puntual q produce un campo eléctrico. Además, la magnitud del campo magnético es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde el elemento de la corriente, como lo hace el campo eléctrico debido a una carga puntual.

Sin embargo, las direcciones de los dos campos son muy diferentes. El campo eléctrico debido a una carga puntual es radial. En el caso de una carga puntual positiva, E está dirigido desde la carga hacia el punto del campo. Por otro lado, el campo magnético debido a un elemento de corriente es perpendicular tanto al elemento de corriente como al vector. Por lo que, si el conductor se encuentra en el plano del papel, como en la figura 5.3, dB está dirigido hacia afuera del papel en el punto P y hacia adentro del papel en el punto P?.

Ejemplo 5.2. Campo magnético de un conductor delgado rectilíneo.

Considérese un alambre conductor recto, muy delgado, que lleva una corriente I colocado a lo largo del eje x como en la figura 5.4. Se calculará el campo magnético en el punto P localizado a una distancia a del alambre.

Solución.
El elemento ds está a un a distancia r de P. La dirección del campo en P debida a este elemento es hacia afuera del papel, ya que ds X r

está hacia afuera del papel. De hecho, todos los elementos dan una contribución dirigida hacia afuera del papel en P.

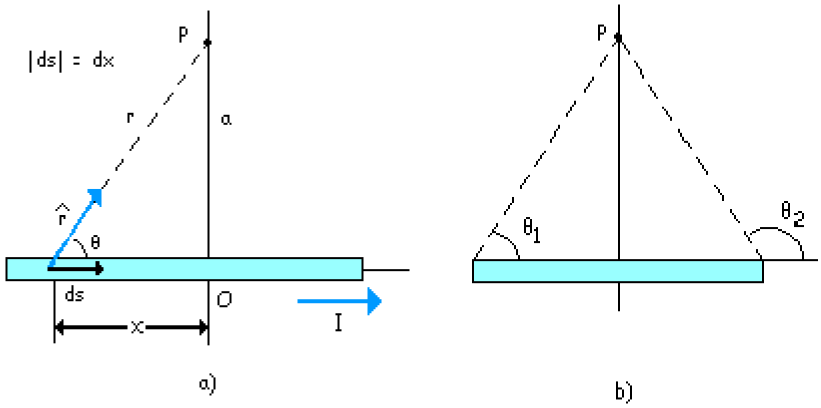


Fig.5.4. a). Un segmento de alambre recto lleva una corriente I. El campo magnético en P debido a cada elemento ds está dirigido hacia afuera del papel, y por lo tanto el campo total también está dirigido hacia afuera del papel. b). Los ángulos límite θ_1 y θ_2 para esta geometría.

Por lo tanto, se tiene que determinar sólo la magnitud del campo en P. Ahora, si se considera O como el origen y P situado sobre el eje y positivo, con k siendo el vector unitario dirigido hacia afuera del papel, se ve que

$$ds X \hat{r} = k \left| ds X \hat{r} \right| = k(dx \operatorname{sen} \theta)$$

sustituyendo, dado que dB=kdB, con

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \operatorname{sen} \theta}{r^2}$$

Para integrar esta expresión, se deben relacionar de alguna manera las variables θ, x y r. Una forma de lograrlo es expresar x y r en términos de θ.

De la geometría en la figura 5.4a y una simple diferenciación, se obtiene la siguiente relación :

$$r = \frac{a}{\operatorname{sen}\theta} = a \csc\theta$$

Ya que tan θ= -a/x del triángulo rectángulo de la figura 5.4a,

$$x = -a \cot \theta$$

$$dx = a \csc^2\theta \; d\theta$$

sustituyendo se obtiene:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \csc^2\theta \operatorname{sen}\theta \; d\theta}{a^2 \csc^2\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \operatorname{sen}\theta \; d\theta$$

Por consiguiente, se ha logrado reducir la expresión a una que implica sólo a la varible θ. Ahora se puede obtener el campo magnético total en el punto P integrando sobre todos los elementos que subtienden ángulos comprendidos entre θ_1 y θ_2 definidos como en la figura 5.4b. Esto da

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}\theta \; d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2 \right)$$

Puede aplicarse este resultado para determinar el campo magnético de cualquier alambre recto si se conoce su geometría y también los ángulos θ_1 y θ_2.

Considérese el caso especial de un alambre conductor delgado, infinitamente largo. En este caso, $\theta_1 = 0$ y $\theta_2 = \pi$, como puede verse en la figura 5.4b, para segmentos que van desde
x = $-\infty$ hasta x = +.. Como (cos $\theta_1$1 - cos θ_2) = (cos 0 - cos π) = 2, la ecuación se convierte en

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Ejercicio 1.

Calcúlese el campo magnético de un alambre recto que lleva una corriente de 5A, a una distancia de 4cm del alambre.

Respuesta.

2.5X10-5 T

5.4. Fuerza magnética entre conductores

Como una corriente en un conductor crea su propio campo magnético, es fácil entender que dos conductores que lleven corriente ejercerán fuerzas magnéticas uno sobre el otro. Como se verá, dichas fuerzas pueden ser utilizadas como base para la definición del ampere y del coulomb. Considérese dos alambres largos, rectos y paralelos separados una distancia a y que llevan corriente I_1 e I_2 en la misma dirección, como se muestra en la figura 5.5. Se puede determinar fácilmente la fuerza sobre uno de los alambres debida al campo magnético producido por el otro alambre.

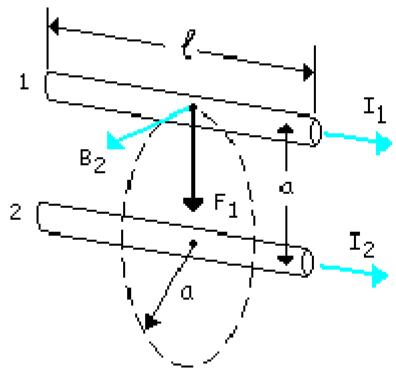


Fig. 5.5. Dos alambres paralelos que llevan cada uno una corriente estable ejercen una fuerza uno sobre el otro. El campo B_2 en el alambre 1 debido al alambre 2 produce una fuerza sobre el alambre 1 dada por $F_1 = I_1 l B_2$. La fuerza es atractiva si las corrientes son

paralelas como se muestra y repulsiva si las corrientes son antiparalelas.

El alambre 2, el cual lleva una corriente I_2, genera un campo magnético B, en la posición del alambre 1. La dirección de B2 es perpendicular al alambre, como se muestra en la figura. De acuerdo con la ecuación F = I l X B, la fuerza magnética sobre una longitud l del alambre 1 es $F_1 = I_1 l XB_2$. Puesto que l es perpendicular a B_2, la magnitud de F_1 esta dada por $F_1 = I_1 l XB_2$. Como el campo debido al alambre 2 está dado por la ecuación

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi a}$$

Esto se puede reescribir en términos de la fuerza por unidad de longitud como

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0 \; I_1 \; I_2}{2 \; \pi \; a}$$

La dirección de F_1 es hacia abajo, hacia el alambre 2, ya que $l XB_2$ es hacia abajo. Si se considera el campo sobre el alambre 2 debido al alambre 1, la fuerza F_2 sobre el alambre 2 se encuentra que es igual y opuesta a F_1. Esto es lo que se esperaba ya que la tercera ley de Newton de la acción-reacción debe cumplirse. Cuando las corrientes están en direcciones opuestas, las fuerzas son inversas y los alambres se repelen uno al otro. Por ello, se determina que:

" Conductores paralelos que lleven corrientes en la misma dirección se atraen uno al otro, mientras que conductores paralelos que lleven corrientes en direcciones opuestas se repelen uno al otro ".

La fuerza entre dos alambres paralelos que lleven corriente se utilizan para definir el ampere como sigue:

" Si dos largos alambres paralelos separados una distancia de 1 m llevan la misma corriente y la fuerza por unidad de longitud en cada alambre es de 2 X 10¯7 N/m, entonces la corriente que llevan se define como 1 A ".

El valor numérico de 2 X 10¯7 N/m se obtiene de la ecuación anterior, con $I_1=I_2=1A$ y a=1m. Por lo tanto, se puede emplear una medición mecánica para normalizar el ampere.

Por ejemplo, en la National Burea of Standars (Oficina Nacional de Normas) se utiliza un instrumento llamado balanza de corriente para normalizar otros instrumentos más convencionales, como el amperímetro.

La unidad de carga en él SI, el coulomb, puede ahora ser definido en términos de ampere como sigue:

" Si un conductor transporta una corriente estable de 1 A, entonces la cantidad de carga que fluye a través de una sección trasversal del conductor en 1s es 1 C ".

- **Fuerza sobre un alambre por el cual circula una corriente.**

Cuando una corriente eléctrica circula a través de un conductor que a su vez se encuentra en un campo magnético, cada carga q que fluye por el conductor experimenta una fuerza magnética. Estas fuerzas se transmiten al conductor como un todo, y hacen que cada unidad de longitud del mismo experimente una fuerza. Si una cantidad total de carga Q pasa por la longitud l del alambre con una

velocidad media promedio $\bar{v}$, perpendicular a un campo magnético B, la fuerza neta sobre dicho segmento de alambre es

$F = Q\bar{v}B$

La velocidad media para cada carga que pasa por la longitud l en el tiempo t es l/t. Por ende, la fuerza neta sobre toda la longitud es

$F = Q\frac{l}{t}B$

Si sé rearegla y simplifica, se obtiene

$F = \frac{Q}{t}lB = IlB$

donde:

I representa la corriente en el alambre.

Del mismo modo que la magnitud de la fuerza sobre una carga en movimiento varía con la dirección de la velocidad, la fuerza sobre un conductor por el cual circula una corriente depende del ángulo que la corriente hace con la densidad de flujo. En general si el alambre de longitud l hace un ángulo θ con el campo B, el alambre experimentará una fuerza dada por

Ejemplo 5.3.

El alambre de la figura 5.6. forma un ángulo de 30° con respecto al campo B de 0.2. Si la longitud del alambre es 8 cm y la corriente que pasa por él es de 4A, determínese la magnitud y dirección de la fuerza resultante sobre el alambre.

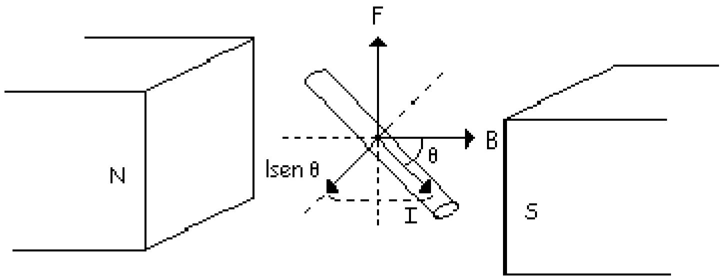


Fig. 5.6.

Solución

Al sustituir directamente en la ecuación   se obtiene

$$F = BIl \operatorname{sen} \theta$$

$$= (0.2T)(4A)(0.08m)(\operatorname{sen} 30°)$$

$$= 0.032N$$

La dirección de la fuerza es hacia arriba como se indica en la figura 5.6. Si se invirtiera el sentido de la corriente, la fuerza actuaría hacia abajo.

5.5. Leyes de circuitos magnéticos

Por lo común se cree que el magnetismo de la metería es el resultado del movimiento de los electrones en los átomos de las sustancias. Si esto es cierto, el magnetismo es una propiedad de la carga en movimiento y está estrechamente relacionado con fenómenos eléctricos. De acuerdo con la teoría clásica, los átomos individuales de una sustancia magnética son, de hecho, pequeños imanes con polos norte y sur. La polaridad magnética de los átomos se basa principalmente en el espín de los electrones y se debe sólo parcialmente a sus movimientos orbitales alrededor del núcleo.

Los átomos en un material magnético se agrupan en regiones magnéticas microscópicas llamadas dominios. Se considera que todos los átomos dentro de un dominio están magnéticamente polarizados a lo largo del eje cristalino.

El magnetismo inducido suele ser solo temporal, y cuando el campo se suprime, paulatinamente los dominios se vuelven a desorientar. Si los dominios permanecen alineados en cierto grado después de que el campo ha sido retirado, se dice que el material ha sido magnetizado permanentemente. Se llama retentividad a la capacidad para retener el magnetismo.

Otra propiedad de los materiales magnéticos que puede explicarse fácilmente mediante la teoría de los dominios es la saturación magnética. Parece que hay un límite para el grado de magnetización que un material puede experimentar. Una vez que se llega a este límite ningún campo externo de mayor intensidad puede incrementar la magnetización. Se considera que todos los dominios han sido alineados.

Cada línea de inducción es una curva cerrada. Aunque no hay nada que fluya a lo largo de estas líneas, es útil establecer una analogía entre las trayectorias cerradas de las líneas de flujo y un circuito cerrado conductor por el cual circula una corriente. La región ocupada por el flujo magnético se denomina circuito magnético, del cual el ejemplo más sencillo es el anillo de Rowland.

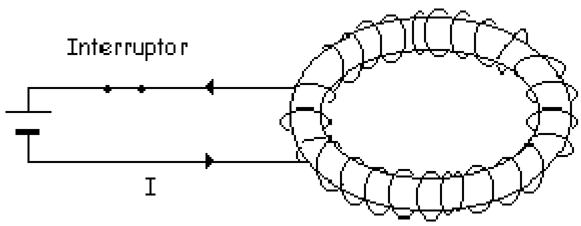


Fig. 5.7. Anillo de Rowland.

Se ha visto que las líneas de flujo magnético son más para un solenoide con núcleo de hierro que para un solenoide en aire. La densidad de flujo está relacionada con la permeabilidad μ del material que sirve como núcleo para el solenoide. La intensidad del campo H y la densidad e flujo B están relacionadas entre sí según la ecuación $B = \mu H$

Al hacer una comparación de esta relación se demuestra que para un solenoide

$$H = \frac{NI}{L}$$

Nótese que la intensidad del campo magnético es independiente de la permeabilidad del núcleo; sólo es función del número de vueltas N, la corriente I y la longitud L del solenoide. La intensidad magnética se expresa en amperes por metro.

El campo magnético que se establece por una corriente en el devanado magnetizante se confina por completo al toroide. Este dispositivo es llamado frecuentemente anillo de Rowland debido a J.H.Rowland, quien lo utilizó para estudiar las propiedades de muchos materiales.

Supóngase que se inicia el estudio de las propiedades magnéticas de un material con un anillo de Rowland no magnetizado moldeado con la misma sustancia.
Inicialmente, B=0 y H=0. El interruptor se cierra y la corriente magnetizante I se incrementa en forma gradual, de tal modo que se produce una intensidad de campo magnética expresada por

$$H = \frac{NI}{L}$$

donde:

L es la longitud de la circunferencia del anillo.

A medida que el material se somete a una intensidad de campo magnético H en aumente, la densidad de flujo B también crece hasta que el material se satura. Observe la curva AB de la figura

5.8. Ahora bien, si gradualmente la corriente se reduce a 0, la densidad de flujo B a lo largo del núcleo no regresa a 0 sino que retiene cierta intensidad magnética, como muestra la curva BC. La pérdida de la restitución magnética se conoce como histéresis.

Histérisis es el retraso de la magnetización con respecto a la intensidad del campo magnético.

La única forma de regresar a cero la densidad de flujo B en el anillo consiste en invertir el sentido de la corriente que fluye por el devanado. Este procedimiento origina la intensidad magnética H en sentido opuesto, como indica la curva CD. Si la magnetización continúa incrementándose en sentido negativo, el material finalmente se satura de nuevo con una polaridad invertida. Véase la curva DE. Si se reduce otra vez la corriente a cero y luego se aumenta en el sentido positivo, se obtendrá la curva EFB. La curva completa se llama ciclo de histéresis.

El área encerrada por el ciclo de histéresis es una indicación de la cantidad de energía que se pierde al someter un material dado a través de un ciclo completo de magnetización. El rendimiento de muchos dispositivos electromagnéticos depende de la selección de materiales magnéticos con baja histéresis. Por otro lado, los materiales que se requiere que permanezcan bien magnetizados deberán presentar una gran histéresis.

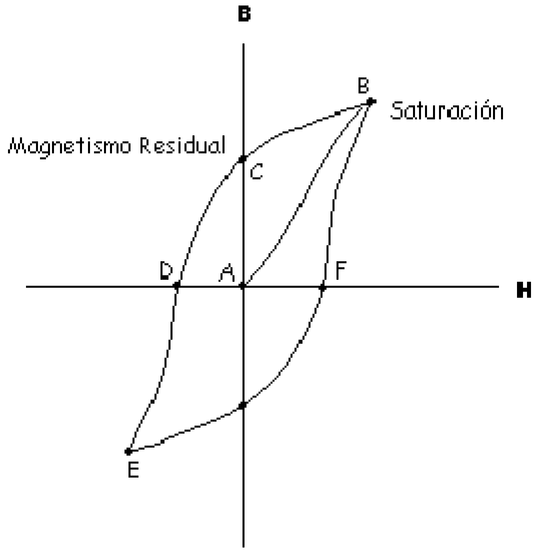


Fig. 5.8. Ciclo de histéresis.

5.6. Propiedades de los materiales magnéticos

- **Densidad de Flujo y Permeabilidad.**

El número de líneas $\triangle$N dibujadas a través de la unidad de área $\triangle$A es directamente proporcional a la intensidad del campo eléctrico E.

$$\frac{\Delta N}{\Delta A} = \epsilon E$$

La constante de proporcionalidad ϵ, que determina el número de líneas dibujadas, es la permisividad del medio por el cual pasan las líneas.

Puede presentarse una descripción semejante para un campo magnético si se considera el flujo magnético ϕ que pasa

perpendicularmente a través de una unidad de área A. Esta razón B se llama densidad de flujo magnético.

" La densidad de flujo magnético en una región de un campo magnético es el número de líneas de flujo que atraviesan perpendicularmente la unidad de área en dicha región ".

$$B = \frac{\phi(flujo)}{A(á\ rea)}$$

En él SI la unidad de flujo magnético es el weber (Wb). Por tanto, la unidad de densidad de flujo será webers por metro cuadrado, y se redefine como el tesla (T). Una unidad antigua que aún se usa es el gauss (G). En resumen,

$$1\ \ T = 1Wb/m^2 = 10^4\ G$$

Ejemplo 5.4. Cálculo del flujo magnético en una espira rectangular.

Una espira rectangular de 19cm de ancho y 20cm de largo forma un ángulo de 30° con respecto al flujo magnético. Si la densidad de flujo es 0.3 T, calcúlese el flujo magnético que penetra en la espira.

Solución

El área efectiva que el flujo penetra es aquella componente del área perpendicular al flujo. Así pues, de la ecuación $B = \frac{\phi(flujo)}{A(á\ rea)}$ se obtiene

$$\phi = BA \operatorname{sen} \theta$$

$$\phi = (0.3T)(0.1mX0.2m)(\operatorname{sen} 30°)$$

$$= (0.3T)(0.02m^2)(0.5)$$

$$= 3X10^{-3}Wb$$

La densidad de flujo en cualquier punto de un campo magnético se ve muy afectada por la naturaleza del medio o por la naturaleza de algún material que se coloque entre el polo y el objeto. Por esta razón conviene definir un nuevo vector de campo magnético, la intensidad del campo magnético H, que no depende de la naturaleza del medio. En cualquier caso, el número de líneas establecidas por unidad de área es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético H. Puede escribirse

$$B = \frac{\phi}{A} = \mu H$$

donde la constante de proporcionalidad μ es la permeabilidad del medio a través del cual pasan las líneas de flujo. La ecuación anterior es análoga a la ecuación para campos eléctricos.

Así pues, la permeabilidad de un medio puede definirse como la medida de la capacidad para establecer líneas de flujo magnético. Cuanto más grande sea la permeabilidad del medio, mayor será el número de líneas de flujo que pasarán por la unidad de área.

La permeabilidad del espacio libre (el vacío) se denota mediante μ_0. Los materiales magnéticos se clasifican conforme a sus permeabilidades comparadas con la del espacio vacío. La razón de la permeabilidad de un material con la correspondiente para el vacío se llama permeabilidad relativa y está expresada por

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Materiales con una permeabilidad relativa ligeramente menor que la unidad tienen la propiedad de poder ser repelidos débilmente por un imán potente. Este tipo de materiales se denominan diamagnéticos y la propiedad correspondiente, diamagnetismo.

Por otro lado, a los materiales que presentan una permeabilidad ligeramente mayor que la del vacío se denominan

paramagnéticos. Dichos materiales son atraídos débilmente por un imán poderoso.

Pocos materiales, como el hierro, cobalto, níquel, acero y aleaciones de estos elementos prestan permeabilidades extremadamente altas, comprendidas desde pocos cientos a miles de veces la del vacío. Estos materiales son atraídos fuertemente por un imán y se dice que son ferromagnéticos.

5.7. Ley de Faraday, Ley de Lenz, Ley de Ampere

- **Ley de Faraday**

Los experimentos llevados a cabo por Michael Faraday en Inglaterra en 1831 e independientemente por Joseph Henry en los Estados Unidos en el mismo año, demostraron que una corriente eléctrica podría ser inducida en un circuito por un campo magnético variable. Los resultados de estos experimentos produjeron una muy básica e importante ley de electromagnetismo conocida como ley de inducción de Faraday. Esta ley dice que la magnitud de la fem inducida en un circuito es igual a la razón de cambio de flujo magnético a través del circuito.

Como se verá, la fem inducida puede producirse de varias formas. Por ejemplo, una fem inducida y una corriente inducida pueden producirse en una espira de alambre cerrada cuando el alambre se mueve dentro de un campo magnético. Se describirán tales experimentos junto con un importante número de aplicaciones que hacen uso del fenómeno de inducción electromagnética.

Con el estudio de la ley de Faraday, se completa la introducción a las leyes fundamentales del electromagnetismo. Estas leyes pueden resumirse en un conjunto de cuatro ecuaciones llamadas ecuaciones de Mexwell. Junto con la ley de la fuerza de Lorentz, representan una teoría completa para la descripción de las interacciones de objetos cargados. Las ecuaciones de Maxwell relacionan los campos eléctricos y magnéticos y sus fuentes fundamentales es decir, las cargas eléctricas.

LEY DE INDUCCION DE FARADAY

Se principiará describiendo dos experimentos sencillos que demuestran que una corriente puede ser producida por un campo magnético cambiante. Primero, considérese una espira de alambre conectada a un galvanómetro. Si un imán se mueve hacia la espira, la aguja del galvanómetro se desviará en una dirección, si el imán se mueve alejándose de la espira, la aguja del galvanómetro se desviará en dirección opuesta.

Si el imán se mantiene estacionario en relación a la espira, no se observará desviación. Finalmente, si el imán permanece estacionario y la espira se mueve acercándola y alejándola del imán, la aguja del galvanómetro también sé deflectará. A partir de estas observaciones, se puede concluir que siempre que exista un movimiento relativo entre el imán y el circuito de la espira se generará una corriente en el circuito.

Estos resultados son muy importantes en vista del hecho de que se crea una corriente en el circuito i aun cuando exista batería en el circuito !. Esta corriente se denominó corriente inducida, la cual se produce por una fem inducida.

Ahora se describirá un experimento, realizado por primera vez por Faraday, el cual se representa en la figura 5.9. Parte del aparato consta de una bobina conectada a una batería y a un interruptor.

Se hará referencia a esta bobina como la bobina primaria y a su correspondiente circuito como circuito primario. La bobina se devana alrededor de un anillo (núcleo) de hierro para intensificar el campo producido por la corriente a través de la bobina. Una segunda bobina a al derecha, también se devana alrededor del anillo de hierro y se conecta a un galvanómetro. Se hará referencia a está como bobina secundaria y a su correspondiente circuito como circuito secundario.

No existe batería en el circuito secundario y la bobina secundaria no está conectada con la bobina primaria. El único propósito de este circuito es detectar cualquier corriente que pueda ser producida por un cambio en el campo magnético.

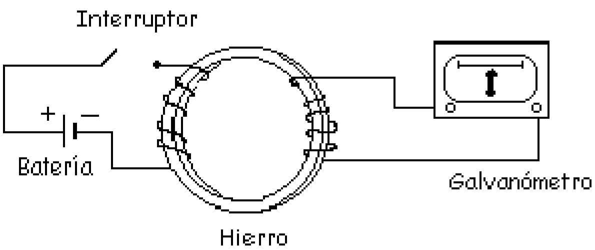


Fig. 5.9. Experimento de Faraday. Cuando el interruptor en el circuito primario, a la izquierda, se cierra, el galvanómetro en el circuito secundario se desvía momentáneamente.

La primera impresión que se puede tener es que no debería de detectar ninguna corriente en el circuito secundario. Sin embargo, algo sucede cuando de repente se abre y se cierra el interruptor.

En el instante que se cierra el interruptor en el circuito primario, el galvanómetro en el circuito secundario se desvía en una dirección y

luego regresa a cero. Cuando se abre el interruptor, el galvanómetro se desvía en la dirección opuesta y de nuevo regresa a cero. Finalmente, el galvanómetro da una lectura de cero cuando la corriente es estable en el circuito primario.

Como resultado de estas observaciones, Faraday concluyó que una corriente eléctrica puede ser producida por cambios en el campo magnético. Una corriente no puede ser producida por un campo magnético estable. La corriente que se produce en el circuito secundario ocurre sólo en el instante en que el campo magnético a través de la bobina secundaria está cambiando. En efecto, el circuito secundario se comporta como si existiera una fem conectada en un corto instante. Esto se puede enunciar diciendo que:

" Una fem inducida es producida en el circuito secundario por los cambios en el campo magnético ".

Estos dos experimentos tienen algo en común. En ambos casos, una fem es inducida en un circuito cuando el flujo magnético a través del circuito cambia con el tiempo. En efecto, un enunciado que puede resumir tales expresiones que implican corrientes y fem inducidas es el siguiente:

" La fem inducida en un circuito es directamente proporcional a la rapidez de cambio del flujo magnético a través del circuito ".

Este enunciado, conocido como Ley de inducción de Faraday, puede escribirse como:

$$\mathbf{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Donde Φm es el flujo magnético que abarca el circuito, el cual puede ser expresado como:

$$\Phi_m = \int B \bullet dA$$

La integral dada por la ecuación anterior debe tomarse sobre el área limitada por el circuito. Si el circuito consta de una bobina de N espiras, todas de la misma área, y si el flujo pasa a través de todas las espiras, la fem inducida está dada por:

$$\mathbf{E} = -N\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Supóngase que el flujo magnético es uniforme en un circuito de área A que está en un plano como el de la figura 5.10. En este caso, el flujo a través del circuito es igual a BA cos θ, entonces la fem inducida puede expresarse como:

$$\mathbf{E} = -\frac{d}{dt}\left(BA \quad \cos q\right)$$

De esta expresión, se ve que la fem puede ser inducida en el circuito de varias formas:

1). Variando la magnitud de B con respecto al tiempo, 2). Variando el área del circuito con respecto al tiempo, 3). Cambiando el ángulo θ entre B y la normal al plano con respecto al tiempo y, 4). O bien cualquier combinación de éstas.

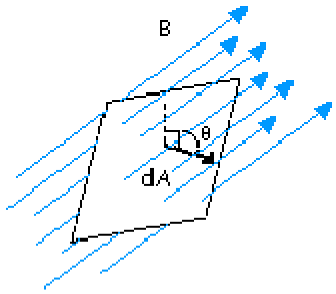


Fig. 5.10. Espira conductora de área A en presencia de un campo magnético uniforme B, el cual hace un ángulo θ con la normal a la espira.

Ejemplo 5.5. Aplicación de la ley de Faraday.

Una bobina consta de 200 vueltas de alambre enrolladas sobre el perímetro de una estructura cuadrada cuyo lado es de 18cm. Cada vuelta tiene la misma área, igual a la de la estructura y la resistencia total de la bobina es de 2 Ω. Se aplica un campo magnético uniforme y perpendicular al plano de la bobina. Si el campo cambia linealmente desde 0 hasta 0.5Wb/m^2 en un tiempo de 8s, encuéntrese la magnitud de la fem inducida en la bobina mientras el campo está cambiando.

Solución.

El área de la espira es $(0.18m)^2 = 0.0324\ m^2$. El flujo magnético a través de la espira par t=0 es cero por lo que B=0. Para t=0.8s, el flujo magnético a través de la espira es

$$\Phi_m = BA = \left(0.5Wb/m^2\right)\left(.0324m^2\right) = 0.0162Wb$$

Por lo tanto, la magnitud de la fem inducida es

$$|\mathbf{E}| = \frac{N\Delta\Phi_m}{\Delta t} = \frac{200(0.0162Wb - 0Wb)}{0.8s} = 4.05V$$

Ejercicio 1. Cual es la magnitud de la corriente inducida en la bobina mientras el campo está cambiando.

Respuesta 2.03A

- **Ley de Lenz**

La dirección de la fem inducida y la corriente inducida pueden ser determinadas de la ley de Lenz, la cual puede ser establecida como sigue:

" La polaridad de la fem inducida es tal que está tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético a través del circuito ".

Es decir, la corriente inducida tiende a mantener el flujo original a través del circuito. La interpretación de este enunciado depende de las circunstancias.

Como se verá, esta ley es una consecuencia de la ley de conservación de la energía.

Para comprender mejor la ley de Lenz considérese el ejemplo de la barra que se mueve hacia la derecha sobre dos rieles paralelos en presencia de un campo magnético dirigido perpendicularmente hacia dentro del papel (Fig. 5.11.a).

Cuando la barra se mueve hacia la derecha, el flujo magnético a través del circuito aumenta con el tiempo ya que el área de la espira aumenta. La ley de Lenz dice que la corriente inducida debe ser en la dirección tal que el flujo que produzca se oponga al cambio en el flujo magnético externo.

Como el flujo debido al campo externo aumenta hacia dentro del papel, la corriente inducida, si ésta se debe oponer al cambio, debe producir un flujo hacia afuera del papel. Por lo tanto, la corriente inducida debe de circular en dirección contraria a las manecillas del reloj cuando la barra se mueva hacia la derecha para dar un flujo hacia afuera del papel en la región interna del circuito (Utilícese la regla de la mano derecha para verificar esta dirección). Por otro lado, si la barrera se mueve hacia la izquierda como en la figura 5.11b., el flujo magnético a través del circuito disminuye con el tiempo.

Como el flujo está hacia dentro del papel, la corriente inducida tiene que circular en dirección de las manecillas del reloj para producir un flujo hacia dentro del papel en el interior del circuito. En ambos caso, la corriente inducida tiende a mantener el flujo original a través del circuito.

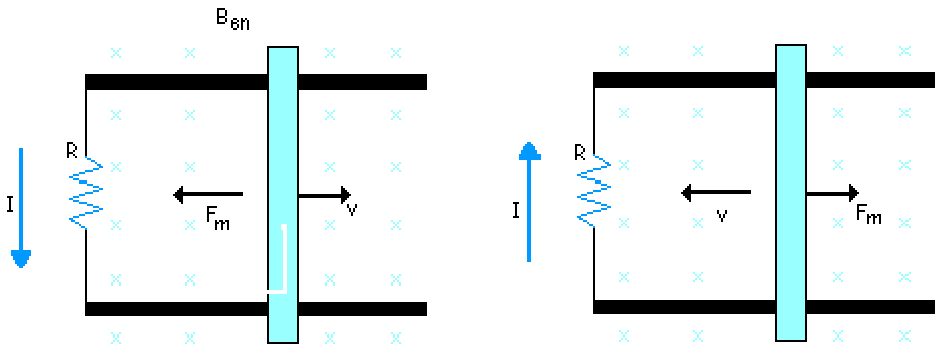


Fig. 5.11. a). Cuando una barra conductora se desliza sobre dos rieles conductores, el flujo a través de la espira aumenta con el tiempo. Por la ley de Lenz, la corriente inducida debe estar en dirección contraria a la de las manecillas del reloj, así que produce un flujo en dirección contraria saliendo del papel. b). Cuando la barra se mueve hacia la izquierda, la corriente inducida debe ser en

la dirección de las manecillas del reloj.

Se verá esta situación desde el punto de vista de consideraciones energéticas. Supóngase que a la barra se le da un ligero empujón hacia la derecha. En el análisis anterior se encontró que este movimiento genera en el circuito una corriente que circula en dirección contraria a las manecillas del reloj. Ahora véase qué sucede si se supone que la corriente circula en dirección de las manecillas del reloj, Para una corriente I, que circula en la dirección de las manecillas del reloj,

Ejemplo 5.6. Aplicación de la ley de Lenz.

Una bobina de alambre se coloca cerca de un electroimán como se muestra en la figura 5.12a. Encuéntrese la dirección de corriente inducida en la bobina: a) en el instante que el interruptor se cierra, b) varios segundos después de que el interruptor ha sido cerrado y c) cuando el interruptor se abre.

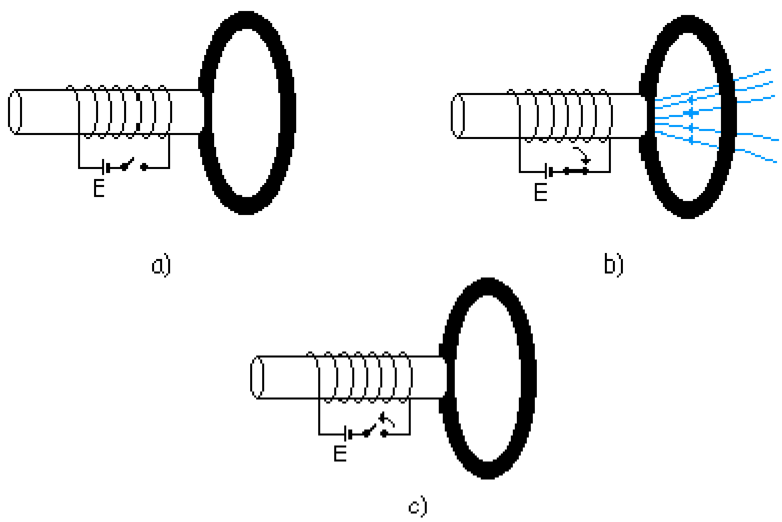


Fig. 5.12. Ejemplo 5.

Solución.

a). Cuando el interruptor se cierra, la situación cambia desde una condición en la cual no pasan líneas de flujo a través de la bobina, a una en la cual las líneas de flujo pasan a través de ella en la dirección que se ve en la figura 5.12b.

Para contrarrestar este cambio en el número de líneas, la bobina debe generar un campo de izquierda a derecha como en la figura. Esto requiere que la corriente esté dirigida como se muestran en la figura 5.12b.

b). Después de varios segundos de haber cerrado el interruptor, no existe cambio en el número de líneas a través de la espira; por lo tanto la corriente inducida es cero.

c). Abrir el interruptor causa que el campo magnético cambie de una condición en la cual las líneas de flujo mantenidas a través de la espira de derecha a izquierda hasta una condición de cero flujo. La corriente inducida debe entonces ser como se muestra en la figura 5.12c, para que genere un campo de derecha a izquierda que mantenga el flujo.

- **Ley de Ampere**

Un experimento simple realizado por primera vez por Oerted en 1820 demostró claramente el hecho de que un conductor que lleva una corriente produce un campo magnético. En este experimento, varias brújulas se colocan en un plano horizontal cercanas a un alambre largo vertical.

Cuando no existe corriente en el alambre, todas las brújulas apuntan en la misma dirección (que el campo terrestre) como se esperaría. Sin embargo, cuando el alambre lleva una gran corriente estable, las brújulas necesariamente se desviarán en la dirección tangente a un círculo. Estas observaciones demuestran que la dirección B es congruente con la regla de la mano derecha.

" Si se toma el alambre con la mano derecha, de tal forma que el dedo pulgar apunte en la dirección de la corriente, los dedos curvados definirán la dirección de B ".

Cuando la corriente se invierte, necesariamente las brújulas se invertirán también.

Puesto que las brújulas apuntan en la dirección de B, se concluye que las líneas de B forman círculos alrededor del alambre. Por simetría, la magnitud de B es la misma en cualquier lugar sobre una trayectoria circular que esté centrada en le alambre y que se encuentre en un plano perpendicular al alambre. Si se varía la corriente y la distancia al alambre, se encuentra que B es proporcional a la corriente e inversamente proporcional a la distancia al alambre.

Ahora se evaluará el producto B * ds y se sumarán estos productos sobre una trayectoria circular centrada en el alambre. A lo largo de esta trayectoria, los vectores ds y B son paralelos en cada punto, así que B * ds =Bds. Además, B es constante en magnitud sobre este círculo. Por lo tanto la suma de los productos Bds sobre la trayectoria cerrada, la cual es equivalente a la integral de B * ds está dada por:

$$\oint B \bullet ds = B\oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 I$$

donde $\oint ds = 2\pi r$ es la circunferencia del círculo.

Este resultado, conocido como ley de Ampere, fue encontrado para el caso especial de una trayectoria circular alrededor del alambre. Sin embargo, el resultado puede aplicarse en el caso general en el que una trayectoria cerrada sea atravesada por una corriente estable, es decir,

La ley de Ampere establece que la integral de línea de B * ds alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual μ_0I, donde I es la corriente estable total que pasa a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria cerrada.

$$\oint B \bullet ds = \mu_0 I$$

La ley de Ampere es válida sólo para corrientes estables. Además, la ley de Ampere se utiliza sólo para el cálculo de campos magnéticos de configuraciones de corriente con un alto grado de simetría.

Ejemplo 5.7. Campo magnético de una bobina toroidal.

Una bobina toroidal consta de N vueltas de alambre alrededor de una estructura en forma de aromo como en la figura 30.11. Suponiendo que las vueltas están estrechamente espaciadas, calcúlese el campo magnético en el interior de la bobina, a una distancia r de su centro.

Solución.

Para calcular el campo magnético en el interior de la bobina, se evalúa la integral de línea de B*ds sobre un círculo de radio r. Por simetría, se ve que el campo magnético es constante en magnitud sobre esta trayectoria y tangente a ésta, así que B*ds = Bds. Además, obsérvese que la trayectoria cerrada encierra N espiras de alambre cada uno de los cuales lleva una corriente I. Por lo tanto, aplicando la ley de Ampere a esta trayectoria se obtiene entonces:

Este resultado demuestra que B varía como 1/r y por lo tanto no es uniforme dentro de la bobina. Sin embargo, si r es grande comparado con a, donde a es el radio de la sección trasversal del toroide, entonces el campo será aproximadamente uniforme en el interior de la bobina. Además para una bobina toroidal ideal, donde las vueltas están estrechamente espaciadas, el campo externo es cero. Esto puede verse al observar que la corriente neta encerrada por cualquier trayectoria cerrada situada fuera de la bobina toroidal es cero (incluyendo la ?cavidad en el aro?). Por tanto, de la ley de Ampere se encuentra que B=0, en las regiones exteriores a la bobina toroidal. En realidad, las espiras de una bobina toroidal forman hélices en lugar de espiras circulares (en el caso ideal). Como resultado, existe siempre un pequeño campo magnético externo a la bobina.

UNIDAD VI
INDUCTANCIA

.1. Definición de inductancia

Cuando la corriente cambia de intensidad se debe considerar un efecto denominado inducción.

Inducción. Es la propiedad de un circuito que hace que se oponga a cualquier cambio en la intensidad de la corriente

Al considerar primero el aumento de los valores de la intensidad que transcurre entre 0 y 90°, lógicamente también aumentará la fuerza del campo magnético. Al aumentar la intensidad, las líneas magnéticas alrededor del conductor A se expansionarán y al hacerlo cortarán al conductor B, que es adyacente al A. Siempre que hay un movimiento relativo entre un conductor y líneas magnéticas, se induce una Fem en el conductor ; por tanto, habrá una fem inducida en el conductor B.

El efecto de esta fuerza se puede simular cortando el conductor B y colocando en su lugar una fuente de voltaje. El efecto total será el de detener una bobina y dos fuentes de voltaje ; estas son la fem aplicada y la fem inducida. Según esto, la fem inducida será de dirección opuesta a la aplicada y se reducirá el efecto de la fem aplicada en su intento de empujar a la corriente a tráves de la bobina.

Cuanto más rápido sea el cambio en la intensidad, mayor será la fem inducida y por lo tanto mayor l oposición al cambio de intensidad.

6.2. Cálculo de la inductancia

Considere un circuito aislado formado por un interruptor, una resistencia y una fem como fuente. Cuando se cierra el interruptor la corriente no alcanza su valor máximo, E/R, instantáneamente.

La ley de la inducción electromagnética (ley de Faraday) impide que esto ocurra. Lo que sucede es lo siguiente : al incrementarse la corriente en el tiempo, se genera a través de la espira un flujo magnético que se incrementa en el tiempo.

Este aumento en el flujo induce al circuito una fem que se opone al cambio del flujo magnético a través de la espira. Por la ley de Lenz, el campo eléctrico inducido en el alambre tiene sentido opuesto al de la corriente que circula por el circuito, y esta contra fem produce un incremento gradual en la corriente.

Este efecto se llama autoinducción, ya que el flujo variable a través del circuito se produce por el mismo circuito. La fem producida se llama fem autoinducida.

Para dar una descripción cuantitativa de la autoinducción, partiremos de la ley de inducción de Faraday, la cual dice que la fem inducida es igual al negativo de la razón de cambio del flujo magnético en el tiempo.

Como el flujo magnético es proporcional al campo magnético, que a su vez es proporcional a la corriente en el circuito, la fem autoinducida siempre será proporcional a la razón de cambio de la corriente en el tiempo. Para una bobina de N espiras muy juntas y de geometría fija (una bobina toroidal o un selenoide ideal) se encuentra que

$$\mathbf{E} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

donde L es una constante de proporcionalidad, llamada inductancia del dispositivo, que depende de las características geométricas y físicas del circuito. De esta ecuación, se puede ver que la inductancia de una bobina de N espiras se puede calcular con la ecuación :

$$L = \frac{N\Phi_m}{I}$$

donde se supone que el flujo a través de cada espira es el mismo. Esta ecuación se utilizará para calcular la inductancia de algunas geometrías específicas.

También se puede escribir la inductancia como la relación.

$$L = -\frac{\mathbf{E}}{dI/dt}$$

Esta ecuación se toma como la definición de la inductancia de cualquier bobina independientemente de su forma, dimensiones o características del material. Así como la resistencia es una medida de la oposición a la corriente, la inductancia es una medida de oposición al cambio de la corriente.

La unidad SI de la inductancia es el henry (H), el cual, se puede ver que equivale a 1 volt-segundo por ampere :

$$1H = 1\frac{V \cdot s}{A}$$

Como se podrá ver, la inductancia de un dispositivo depende únicamente de su geometría. Sin embargo, el cálculo de la inductancia de cualquier dispositivo puede ser muy difícil para geometrías complejas.

Ejemplo 6.1. Inductancia de un selenoide.

Calcule la inductancia de un selenoide devanado uniformemente con N espiras y longitud l. Se supone que l es muy grande comparada con el radio y que el núcleo del selenoide es aire.

Solución.

En este caso, puede considerarse que el campo dentro del selenoide es uniforme y se puede calculara con la ecuación :

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

donde n es el número de vueltas por unidad de longitud, N/l. El flujo a traves de cada vuelta se obtiene de:

$$\Phi_m = BA = \mu_0 \frac{NA}{l} I$$

en donde A es el área de la sección trasversal del selenoide. Utilizando esta expresión y la ecuación $L = \frac{N\Phi_m}{I}$ se encuentra :

$$L = \frac{N\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Esto demuestra que L depende de los factores geométricos y es proporcional al cuadrado del número de vueltas.

Ejemplo 6.2. Cálculo de la inductancia y de la fem.

a). Calcule la inductancia de un selenoide que tiene 300 vueltas si la longitud del selenoide es de 25cm y el área de la sección trasversal es $4cm^2 = 4 \times 10^{-4} m^2$.

Solución.

Utilizando la ecuación $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$ se obtiene

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 4\pi \times 10^{-7}\, Wb/A \cdot m \frac{(300)^2 (4\times 10^{-4}\, m^2)}{25\times 10^{-2}}$$
$$= 1.81\times 10^{-4}\, Wb/A = 0.181 mH$$

b). Calcule la fem autoinducida en el selenoide descrito en a) si la corriente que circula por la inductancia decrece a razón de 50 A/s.

Solución.

Utilizando la ecuación $\mathbf{E} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$ y dado que dI/dt=50A/s, se obtiene:

$$\mathbf{E} = -L\frac{dI}{dt} = -(1.81\times 10^{-4}\, H)(-50\, A/s)$$
$$= 9.05 mV$$

6.3. Energía asociada al campo magnético

La fem inducida por un inductor impide a la batéria establecer instantáneamente una corriente. Por lo tanto, la batería tiene que realizar un trabajo contra el inductor para generar una corriente.

Parte de la energía suministrada por la bateíra se convierte en calor en la resistencia por el efecto Joule, mientras que la energía restante se almacena en le campo magnético del inductor.

Si se multiplica cada término de la ecuación $\mathbf{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$ por la corriente I y se ordenan los términos de la expresión, se tiene:

$$I\mathbf{E} = I^2 R + LI\frac{dI}{dt}$$

Esta ecuación dice que la razón con la cual la batería suminsitra energía, IE, es igual a la suma del calor perdido en la resistencia por efecto Joule, I2R, y la razón con la cual se almacena energía en el inductor, LI (dI/dt). Por lo tanto, la ecuación anterior es una expresión de la conservación de la nergía. Si Um designa la energía almacenada en el inductor para cualquier tiempo, entonces la razon dUm/dt con la cual se almacena energía en el inductor se puede escribir en la forma

$$\frac{dU_m}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

Para encontrar la energía almacenada en el inductor, se puede escribir esta ecuación como dUm=LI dI e integrar :

$$U_m = \int_0^U dU_m = \int_0^I LIdI$$

$$U_m = \tfrac{1}{2}LI^2$$

donde L es constante y se ha saco la integral.

La ecuación anterior representa la energía almacenada como energía magnética en el campo del inductor cuando la corriente es I. Nótese que la ecuación es similar en forma a la ecuación de la energía almacenada en el campo eléctrico de un capacitor, $Q^2/2C$. En cualquier caso, se puede ver que se realiza un trabajo para establecer un campo. También se puede determinar la energía por unidad de volumen, o densidad de energía, almacenada en un campo magnético.

6.4. Densidad de energía magnética

Ya que Al es el volumen del selenoide, la energía almacenada por unidad de volumen en un campo magnético está dada por

$$u_m = \frac{U_m}{Al} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Aunque la ecuación anterior se dedujo para el caso específico de un soleniode, ésta es valida pora cualquier región del espacio en donde exista un campo magnético. Obsérvese que es similar en forma a la ecuación de la energía por unidad de volumen almacenada por un campo eléctrico. En ambos casos la densidad de energía es proporcional al cuadrado de la intensidad del campo.

6.5. Inductancia Mutua

Con frecuencia el flujo magnético a través de un circuito varía con el tiempo como consecuancia de las corrientes variables que existen en circuitos cercanos. Esto da origen a una fem inducida mediante un proceso conocido como inducción mutua, llamada así proque depende de la interacción de dos circuitos.

Consideremos dos bobinas devanadas en forma muy estrecha, como se muestra en la vista de la sección trasversal de la figura 6.1. La corriente I_1 en la bobina 1, que tiene N_1 espiras, genera líneas de compo magnético, algunas de ellas atravesarán la bobina 2, que tine N_2 espiras.

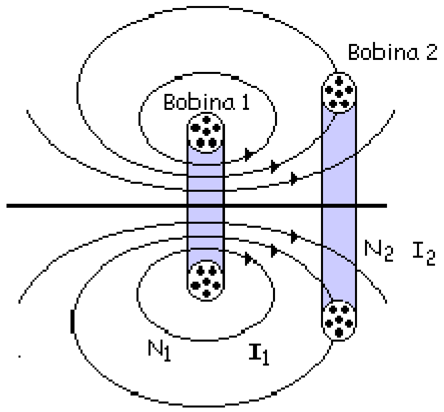


Fig. 6.1. Una vista de sección trasversal de dos bobinas adyacentes. Una corriente en la bobina 1 genera un flujo, parte del cual atraviesa a la bobina 2.

El flujo correspondiente a través de la bobina 2 producido por la bobina 1 se representa por Φ_{21}. Se define la inductancia mutua M_{21} de la bobina 2 con respecto a la bobina 1 como la razón de $N_2\Phi_{21}$ a la corriente I_1

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}$$

$$\Phi_{21} = \frac{M_{21}}{N_2} I_1$$

La inductancia mutua depende de la geometría de los dos circuitos y de sus orientaciones relativas entre sí. Es claro que al incrementarse la separcación entre los circuitos, la inductancia mutua decrece ya que el flujo que une a los dos circuitos decrece.

Si la corriente I_1, varía con el tiempo, se puede ver por la ley de Faraday y la ecuación anterior que la fem inducida en la bobina 2 por la bobina 1 está dada por

$$\mathbf{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

De igual forma , si la corriente I_2 varía con el tiempo, la fem inducida en la bobina 1 por la bobina 2 está dada por

$$\mathrm{E}_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Estos resultados son semejantes en su forma a la expresión de la fem autoinducida $\mathrm{E} = -L(dI/dt)$. La fem inducida por inducción mutua en una bobina siempre es proporcional a la razón de cambio de la corriente en la otra bobina. Si las razones con las cuales las corrientes camiban con el tiempo son iguales (esto es, si $dI_1/dt=dI_2/dt$), entonces se encuentra que $E_1=E_2$. Aunque las constantes de proporcionalidad M_{12} y M_{21} aparenten ser diferentes, se puede demostrar que son iguales. Entonces haciendo $M_{12} = M_{21} = M$, las ecuaciones $\mathrm{E}_2 = -N_2\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$ y $\mathrm{E}_1 = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$ se convierten en :

$$\mathrm{E}_2 = -M\frac{dI_1}{dt} \quad \text{y} \quad \mathrm{E}_1 = -M\frac{dI_2}{dt}$$

La unidad de la inductancia mutua también es el henry.

Ejemplo 6.3. Inductancia mutua de dos solenoides.

Un solenoide de longitud l tiene N_1 espiras, lleva una corriente I y tiene un área A en su sección trasversal. Una segunda bobina está devanada alrededor del centro de la primera bobina, como se muestra en la figura 6.2. Encuentre la inductancia mutua del sistema.

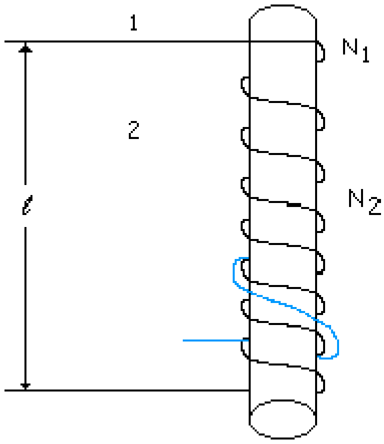


Fig. 6.2. Una pequeña bobina de N_2 vueltas enrolladas alrededor del centro de un solenoide largo de N_1 vueltas.

Solución.

Si el solenoide lleva una corriente I_1, el campo magnético en el centro está dado por

$$B = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$$

Como el flujo Φ_{21} a través de la bobina 2 debido a la bobina 1 es BA, la inductancia mutua es :

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 BA}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{l}$$

Por ejemplo, si N1=500 vueltas, A=3X10-3m2, l=0.5m y N2=8 vueltas, se obtiene :

$$M = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7}\, Wb/A \cdot m\right)(500)(8)\left(3 \times 10^{-3} m^2\right)}{0.5m}$$

$$= 30.2 \times 10^{-6} H = 30.2\, \mu H$$

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL U.T

UNIDAD VII

APLICACIONES

7.1. Precipitadores Electrostáticos..

7.1. Precipitadores electrostáticos

Una aplicación importante de la descarga eléctrica en los gases es un aparato llamado precipitador electrostático. Este aparato se emplea para eliminar partículas de los gases de combustión, reduciendo en consecuencia la contaminación del aire. Resultan especialmente útiles en las plantas generadoras que queman carbón y en las operaciones industriales que generan grandes cantidades de humo. Los sistemas actuales pueden eliminar más del 99% de la ceniza y el polvo del humo. En la figura 25.25, se muestra la idea básica del precipitador electróstatico.

Un alto voltaje (usualmente de 40kV a 100kV) se mantiene entre un alambre que baja por el centro de un ducto y la pared externa del ducto es conectada a tierra. El alambre se mantiene a un potencial negativo respecto de las paredes, y así el campo eléctrico está dirigido hacia el alambre.

El campo eléctrico cerca del alambre alcanza valores suficientemente altos como para provocar una corona de descarga en torno a él, y la formación de iones positivos, electrones y iones negativos como el O_2. A medida que los electrones y los iones negativos son acelerados hacia la pared exterior por el campo eléctrico no uniforme, las partículas contaminantes que están en la corriente del gas se cargan por las colisiones y la captura de iones.

Ya que la mayoría de las partículas cargadas son negativas, ésta también son arrastradas haia la pared esterior del ducto por el campo eléctrico. Al sacudir periódicamente el ducto, las partículas caen y se recogen en el fondo.

Además de reducir el nivel de gases peligrosos y partículas de materia en la atmósfera, el precipitador electrostático también recupera materiales valiosos que provienen de la chimenea en forma de óxidos metálicos.

BIBLIOGRAFIA

- **Física,**
  Serway,
  Mc Graw-Hill,
  Tercera Edición,
  Tomo II.

- **Física, Conceptos y aplicaciones,**
  Tippens,
  Mc Graw-Hill,
  Tercera Edición.

- **Física con aplicaciones,**
  Wilson
  Mc Graw-Hill,
  Segunda Edición.

- **Física,**
  Paul A. Tipler,
  Edit. Reverté, S. A.

- **Física General,**
  Sears/Zemansky,
  Addison Wesley